CONVECCIÓN TÉRMICA EN UN ANILLO CILÍNDRICO EN ROTACIÓN: INFLUENCIA DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO

Arantxa Alonso[1], Marta Net[1]

(1) Departament de Física Aplicada. Universitat Politècnica de Catalunya. Jordi Girona Salgado s/n, Mòdul B-4. 08034 Barcelona.

Se ha realizado el análisis de estabilidad lineal del estado conductivo para un fluido contenido en un anillo cilíndrico finito que puede girar a velocidad angular constante alrededor de su eje vertical. Se ha impuesto un gradiente de temperatura radial, con calentamiento interno, y un campo gravitatorio en la misma dirección. La superficie lateral se ha considerado perfectamente conductora y adherente ($\mathbf{u} = 0$), y las superficies horizontales superior e inferior aislantes e, indistintamente, adherentes o con esfuerzos cortantes nulos en ellas.

Si se supone fluido incompresible, se aplica la aproximación de Boussinesq y se adimensionalizan las ecuaciones en unidades de tiempo térmico las ecuaciones linealizadas de Navier-Stokes, conservación de la masa y la ecuación del calor se pueden escribir para la perturbación del estado básico respectivamente como,

$$\sigma^{-1}\partial_t \mathbf{u} + 2\Omega \times \mathbf{u} = -\nabla p + Ra\Theta \mathbf{e}_r + \nabla^2 \mathbf{u},$$

$$\nabla . \mathbf{u} = 0,$$

$$\partial_t \Theta = -\frac{u}{r \ln \eta} + \nabla^2 \Theta,$$

donde $\mathbf{u} = (u, v, w)$ representa el campo de velocidades, Ra el número de Rayleigh, σ el número de Prandtl y η el cociente entre los radios de los cilindros del anillo.

Para eliminar el término de la presión de las ecuaciones se ha usado una formulación en función de potenciales escalares de la velocidad[3] que consiste en trabajar con las componentes z del rotacional y del doble rotacional de la ecuación de Navier-Stokes. Numéricamente, el problema se ha tratado con técnicas espectrales. Se ha aplicado un método de Galerkin para discretizar la dirección vertical y un método de colocación para la radial. En este último caso, se ha desarrollado con combinaciones lineales de polinomios de Chebyshev que cumplen el contorno[4]. Con condiciones de adherencia en las tapas, se llega a un problema de contorno bidimensional y en el otro caso a uno unidimensional, ya que, además de desacoplarse los modos azimutales n, lo hacen también los verticales m.

Con esfuerzos cortantes nulos en las tapas, puede demostrarse que el problema admite una solución estacionaria independiente de la coordenada axial[2] (modo vertical $m = 0$) que da lugar a las denominadas columnas de Taylor. En [1] se demuestra que para rotaciones suficientemente bajas (incluso cero) y en el rango de parámetros adecuado la primera bifurcación no es estacionaria, lo cual da lugar a una onda que viaja en la dirección azimutal, y además que el flujo es tridimensional. Este tipo de solución sólo domina cuando $\beta > \frac{1}{2}[(1+\eta)/(1-\eta)]$ con $\beta = L/d$, donde L es la altura del anillo y d el entrehierro, y valores de η para los cuales las curvas de estabilidad correspondientes a modos verticales distintos de cero van cruzando la curva oscilante de estabilidad correspondiente a $m = 0$, n mínimo.

Con velocidad nula en las tapas del anillo se han obtenido las curvas de estabilidad lineal de problema axisimétrico. Ahora las condiciones de contorno impiden la existencia de soluciones con $m = 0$, por lo que la primera bifurcación da lugar a un régimen dependiente de z. Fijada la rotación, para valores de σ elevados la bifurcación es siempre estacionaria. Sin embargo, puede ser de Hopf para valores bajos de σ, en el rango de parámetros adecuado. Fijados los parámetros β y η, la bifurcación es de Hopf para valores de Ω suficientemente elevados y valores de σ bajos. En otro caso es siempre estacionaria.

Bibliografía

[1] Alonso, A., Net, M., Knobloch, E. 1995. On the Transition to Columnar Convection. *Phys. of Fluids*, vol. **7**, 935-940.

[2] Busse, F. H. 1970. Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid Mech.*, vol. **44**, 441-460.

[3] Marqués, F. 1990. On the boundary conditions for velocity potentials

in confined flows. *Phys. of Fluids A*, vol. **2**, 729-737.

[4] Sánchez. J. 1994. Simulación numérica en flujos confinados. Estructuras preturbulentas. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona.