Сибирский математический журнал
Июль—август, 2009. Том 50, № 4

УДК 512.542

О p–СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С μ–ДОБАВЛЯЕМОЙ СИЛОВСКОЙ p–ПОДГРУППОЙ

В. С. Монахов, А. В. Шныпарков

Аннотация. Подгруппа H группы G называется *μ-добавляемой в G*, если существует подгруппа K такая, что $G = HK$ и H_1K — собственная подгруппа группы G для каждой максимальной подгруппы H_1 из H. Для начальных значений p устанавливается p-сверхразрешимость конечной группы с μ-добавляемой силовской p-подгруппой.

Ключевые слова: конечная группа, сверхразрешимая группа, силовская подгруппа, добавление.

Введение

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными.

Пусть π — некоторое множество простых чисел. Неединичная подгруппа H группы G называется *μ_π-добавляемой подгруппой в G*, если существует такая подгруппа B, что $G = HB$ и H_1B — собственная подгруппа в G для каждой максимальной подгруппы H_1 из H, у которой $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$. В этой ситуации подгруппу B назовем *μ_π-добавлением* к H. Здесь $\pi(H : H_1)$ — множество простых делителей индекса подгруппы H_1 в группе H.

В случае, когда π — множество всех простых чисел, μ_π-добавляемую подгруппу будем называть *μ-добавляемой*, а ее μ_π-добавление — *μ-добавлением.*

Если множество π состоит из одного простого числа ($\pi = \{p\}$), то будем пользоваться терминами: *μ_p-добавляемая подгруппа* и *μ_p-добавление.*

Единичную подгруппу считаем μ_π-добавляемой, μ-добавляемой и μ_p-добавляемой, а всю группу G — μ_π-добавлением, μ-добавлением и μ_p-добавлением к ней.

Понятие μ-добавляемой подгруппы введено в работе [1], в которой получены следующие результаты: *p-разрешимая группа G тогда и только тогда p-сверхразрешима, когда ее силовская p-подгруппа μ-добавляема в G; если каждая силовская подгруппа группы G μ-добавляема, то группа G сверхразрешима* (теорема 3.1 и следствие 3.5 в [1] соответственно).

В первом утверждении условие p-разрешимости группы G можно отбросить для начальных значений простого делителя p ее порядка. Это вытекает из теорем 1 и 2 настоящей заметки в случае, когда $H = G_p$ — силовская p-подгруппа группы G.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор Ф 08Р–230).

1. Вспомогательные результаты

Группа с нормальной силовской p-подгруппой называется *p-замкнутой*. Если в группе имеется нормальное дополнение к силовской p-подгруппе, то группа называется *p-нильпотентной*.

Пусть π — некоторое множество простых чисел и

$$1 \leq G_1 \leq G_2 \leq \ldots \leq G_n = G \tag{1}$$

— главный ряд неединичной группы G. Группа G называется *π-сверхразрешимой*, если порядок каждого главного фактора G_i/G_{i-1} группы G либо не делится ни на одно простое число из множества π, либо равен некоторому простому числу $p \in \pi$. Если порядок каждого главного фактора G_i/G_{i-1} группы G есть простое число, то группа G называется *сверхразрешимой* [2, с. 713]. Понятно, что если $\pi = \pi(G)$, то π-сверхразрешимая будет сверхразрешимой.

Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Класс $\mathfrak{X}$ называется *замкнутым относительно фактор-групп*, если из условий $G \in \mathfrak{X}$ и NG следует, что $G/N \in \mathfrak{X}$. Класс $\mathfrak{X}$ называется *насыщенным*, если из условий $G/N \in \mathfrak{X}$ и $N \subseteq \Phi(G)$ вытекает, что $G \in \mathfrak{X}$. Класс $\mathfrak{X}$ называется *замкнутым относительно подпрямых произведений*, если из условий $G/N_1 \in \mathfrak{X}$ и $G/N_2 \in \mathfrak{X}$ следует, что $G/(N_1 \cap N_2) \in \mathfrak{X}$. *Формацией* называется класс групп, замкнутый относительно фактор-групп и подпрямых произведений.

Класс всех π-сверхразрешимых групп образует насыщенную формацию [3, с. 35]. Классы всех π-замкнутых и π-нильпотентных групп также являются насыщенными формациями.

Лемма 1. *Пусть G — группа, H — ее подгруппа, π — некоторое множество простых чисел. Тогда справедливы следующие утверждения.*

1. *Если H — μ_π-добавляемая подгруппа группы G, то H будет μ_p-добавляемой в G для каждого $p \in \pi$.*

2. *Если H — μ-добавляемая подгруппа группы G, то H будет μ_π-добавляемой в G для каждого множества простых чисел π.*

Доказательство. Оба утверждения непосредственно вытекают из предложенных определений.

Лемма 2. *Пусть G — группа, H — ее подгруппа, π — некоторое множество простых чисел. Предположим, что H μ_π-добавляема в G и подгруппа B является ее μ_π-добавлением. Тогда справедливы следующие утверждения.*

1. *Если $H \leq M \leq G$, то H μ_π-добавляема в M и подгруппа $B \cap M$ является μ_π-добавлением к H в M.*

2. *Если NG и $N \subseteq H$, то H/N μ_π-добавляема в G/N и подгруппа BN/N является μ_π-добавлением к H/N в G/N.*

Доказательство. 1. Ясно, что утверждение надо доказать в случае, когда M — собственная подгруппа группы G. Пусть H — μ_π-добавляемая подгруппа группы G. Тогда существует подгруппа B в группе G такая, что $G = HB$ и H_1B — собственная подгруппа в G для каждой максимальной подгруппы H_1 из H, у которой $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$. По тождеству Дедекинда $M = M \cap HB = H(M \cap B)$ и $M \cap H_1B = H_1(M \cap B)$ — подгруппа в M. Если предположить, что $M \cap H_1B = M$, то $M \subseteq H_1B$ и $G = HB \subseteq MB \subseteq H_1B \neq G$; противоречие. Поэтому $M \cap H_1B$ — собственная подгруппа в M и H μ_π-добавляема в M, а подгруппа $B \cap M$ будет ее μ_π-добавлением.

2. Пусть H_1/N — максимальная подгруппа фактор-группы H/N и $\pi(H/N : H_1/N) \subseteq \pi$. Тогда $|H/N : H_1/N| = |H : H_1|$, подгруппа H_1 максимальна в H и $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$. По определению μ_π-добавляемой подгруппы H_1B — собственная подгруппа в G, здесь B — μ_π-добавление к подгруппе H в группе G. Поэтому $H_1B/N = H_1NB/N$ — собственная подгруппа в G/N. Таким образом, подгруппа BN/N будет μ_π-добавлением к подгруппе H/N в фактор-группе G/N.

Лемма 3. *Пусть π — некоторое множество простых чисел и N — нормальная π'-подгруппа группы G. Подгруппа H μ_π-добавляема в G тогда и только тогда, когда HN/N μ_π-добавляема в G/N.*

Доказательство. Пусть H — μ_π-добавляемая подгруппа группы G, N — нормальная π'-подгруппа в группе G. Тогда существует подгруппа B в группе G такая, что $G = HB$ и H_1B — собственная подгруппа в G для каждой максимальной подгруппы H_1 из H, у которой $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$. Понятно, что $(HN/N)(BN/N) = G/N$. Пусть K/N — максимальная подгруппа из HN/N и $\pi(HN/N : K/N) \subseteq \pi$. Тогда $K = (H \cap K)N$ и

$$1 \neq |HN/N : K/N| = |HN : K| = |HN : (H \cap K)N| = \frac{|H||N||H \cap K \cap N|}{|H \cap N||H \cap K||N|} = |H : H \cap K|.$$

Здесь использовалось равенство $H\cap K\cap N = H\cap N$. Но это означает, что $H\cap K$ — собственная подгруппа в H и $\pi(H : H \cap K) \subseteq \pi$. Пусть L — максимальная в H подгруппа, содержащая $H \cap K$. Тогда $\pi(H : L) \subseteq \pi$, поскольку $|H : H \cap K| = |H : L||L : H \cap K|$. Поэтому LB — собственная подгруппа в группе G. Если $HN = LN$, то

$$\frac{|H||N|}{|H \cap N|} = \frac{|L||N|}{|L \cap N|}, \quad 1 \neq |H : L| = |H \cap N : L \cap N|,$$

что невозможно, поскольку $|H : L|$ — π-число, а $|H \cap N : L \cap N|$ — π'-число. Значит, $HN \neq LN$, а так как $K = (H \cap K)N \subseteq LN \subseteq HN$, то $K = (H \cap K)N = LN$ и $H \cap K = L$. Теперь

$$(K/N)(BN/N) = (LN/N)(BN/N) = ((LN)(BN))/N = (LB)N/N$$

является подгруппой в группе G/N. Предположим, что $(K/N)(BN/N) = G/N$. Тогда $G = KB = LNB = (LB)N$ и

$$1 \neq |G : LB| = |LBN : LB| = |N : N \cap LB|$$

будет π'-числом. С другой стороны,

$$1 \neq |G : LB| = |HB : LB| = \frac{|H||B||L \cap B|}{|H \cap B||L||B|} = \frac{|H : L|}{|H \cap B : L \cap B|}$$

является π-числом; противоречие. Поэтому $(K/N)(BN/N)$ — собственная подгруппа в фактор-группе G/N. Это означает, что подгруппа HN/N μ_π-добавляема в G/N.

Обратно, пусть HN/N — μ_π-добавляемая подгруппа в фактор-группе G/N, где H — некоторая подгруппа, N — нормальная π'-подгруппа. Тогда существует подгруппа B/N такая, что $(HN/N)(B/N) = G/N$ и $(K/N)(B/N)$ — собственная подгруппа в G/N для каждой максимальной подгруппы K/N из HN/N, у которой $\pi(HN/N : K/N) \subseteq \pi$. Понятно, что $HB = G$. Пусть H_1 — максимальная подгруппа в H и $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$. Предположим, что $HN = H_1N$. Тогда

$$\frac{|H||N|}{|H \cap N|} = \frac{|H_1||N|}{|H_1 \cap N|}, \quad 1 \neq |H : H_1| = |H \cap N : H_1 \cap N|,$$

что невозможно, поскольку $|H : H_1|$ — π-число, а $|H \cap N : H_1 \cap N|$ — π'-число. Поэтому H_1N/N — максимальная подгруппа в HN/N и $H_1NB = H_1B$ — собственная подгруппа группы G. Лемма доказана.

Замечание 1. Если множество π состоит из одного простого числа p, то для μ_p-добавляемых подгрупп остаются справедливы утверждения, аналогичные утверждениям лемм 2 и 3. Если множество π состоит из всех простых чисел, то утверждения леммы 2 для μ-добавляемых подгрупп также остаются справедливыми.

Лемма 4. *Пусть H — μ_π-добавляемая подгруппа группы G, B — μ_π-добавление к H. Если H_1 — максимальная подгруппа в H и $\pi(H : H_1) \subseteq \pi$, то $|G : H_1B| = |H : H_1|$.*

Доказательство. Понятно, что $H_1 \subseteq H \cap H_1B = H_1(H \cap B)$. Так как подгруппа H не содержится в H_1B, то $H_1(H \cap B)$ — собственная подгруппа в H. Поскольку H_1 — максимальная подгруппа в H, то $H_1 = H_1(H \cap B)$ и $H \cap B = H_1 \cap B$. Поэтому

$$|G : H_1B| = |HB : H_1B| = \frac{|H||B||H_1 \cap B|}{|H \cap B||H_1||B|} = |H : H_1|.$$

Лемма 5. *Пусть G — группа и $p \in \pi(G)$. Тогда справедливы следующие утверждения.*

1. *Если группа G p-нильпотентна, то G p-сверхразрешима.*
2. *Если p — наименьшее число из $\pi(G)$ и группа G p-сверхразрешима, то G p-нильпотентна.*

Доказательство. 1. Пусть группа G p-нильпотентна. Тогда $G = [G_{p'}]G_p$ и в фактор-группе $G/G_{p'}$ имеется нормальный ряд

$$1 = G_0/G_{p'} \subseteq G_1/G_{p'} \subseteq G_2/G_{p'} \subseteq \ldots \subseteq G_m/G_{p'} = G/G_{p'}$$

с факторами $G_{i+1}/G_{p'}/G_i/G_{p'}$, $i = 0, 1, \ldots, m-1$, $|G_p| = p^m$, простых порядков. Теперь ряд

$$1 \subseteq G_{p'} = G_0 \subseteq G_1 \subseteq G_2 \subseteq \ldots \subseteq G_m = G$$

будет нормальным и его фактор G_0 является p'-группой, а остальные факторы имеют порядок p. Поэтому группа G p-сверхразрешима.

2. Пусть p — наименьшее число из $\pi(G)$, группа G p-сверхразрешима и N — ее минимальная нормальная подгруппа. Тогда фактор-группа G/N p-сверхразрешима и по индукции p-нильпотентна, т. е. подгруппа $G_{p'}N$ нормальна в G. Если $|N|$ — p'-подгруппа, то $N \subseteq G_{p'}$ и $G_{p'}$ нормальна в группе G. Пусть p делит порядок подгруппы N. Тогда $|N| = p$ и $G_{p'}N = G_{p'} \times N$. Поэтому $G_{p'}$ нормальна в G. Лемма доказана.

Лемма 6 [2, теорема IV.4.7]. *Пусть P — силовская p-подгруппа группы G и N — нормальная подгруппа в G. Если $N \cap P \subseteq \Phi(P)$, то N p-нильпотентна.*

Лемма 7. *Пусть G — p-разрешимая группа и H — p-нильпотентная подгруппа, содержащая силовскую p-подгруппу группы G. Если подгруппа H μ_p-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима. В частности, если силовская p-подгруппа p-разрешимой группы G μ-добавляема, то G p-сверхразрешима.*

Доказательство. Применим индукцию по порядку группы G. В p-разрешимой группе каждая минимальная нормальная подгруппа является либо элементарной абелевой p-подгруппой, и в этом случае она содержится в H, либо p'-подгруппой. Согласно леммам 2 и 3 фактор-группа G/K удовлетворяет условию доказываемой леммы для каждой минимальной нормальной подгруппы K группы G, поэтому G/K p-сверхразрешима. Поскольку класс всех p-сверхразрешимых групп образует насыщенную формацию, по индукции можно считать, что $O_{p'}(G) = \Phi(G) = 1$ и в группе G единственная минимальная нормальная подгруппа, которую обозначим через N. Ясно, что $N = O_p(G)$ является элементарной абелевой p-подгруппой. Пусть M — максимальная подгруппа группы, не содержащая подгруппу N. Тогда $G = NM$ и $N \cap M = 1$. Ввиду леммы I.2.12 из [2] и теоремы IV.4.7 из [2] можно считать, что $G_p = NM_p$, здесь G_p и M_p — силовские p-подгруппы из G и M соответственно, причем подгруппу G_p можно считать силовской в H. Пусть P_j — максимальная подгруппа из G_p, содержащая подгруппу M_p. Так как подгруппа H p-нильпотентна, существует максимальная в H подгруппа $H_j = P_j[H_{p'}]$ индекса p, здесь $H_{p'}$ — p'-холлова подгруппа из H, нормальная в H. По условию подгруппа H μ_p-добавляема в G, поэтому существует подгруппа B в группе G такая, что $G = HB$ и H_jB — собственная подгруппа в G. По лемме 4 $|G : H_jB| = p$. Так как N — минимальная нормальная в G подгруппа, то $N \subseteq H_jB$ или $N \cap H_jB = 1$. Если $N \subseteq H_jB$, то $G_p = NP_j \subseteq H_jB$ и $G = G_p(H_jB) \subseteq H_jB$; противоречие. Если $N \cap H_jB = 1$, то $|N| = p$ и группа G p-сверхразрешима по индукции.

2. Основные результаты

Теорема 1. *Пусть p — наименьший простой делитель порядка группы G и H — p-сверхразрешимая подгруппа, содержащая силовскую p-подгруппу группы G. Если подгруппа H μ_p-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима.*

Доказательство. Пусть P — силовская p-подгруппа из H и $P_1, \dots, P_n$ — все максимальные подгруппы в группе P. По лемме 5 подгруппа H p-нильпотентна, поэтому в H существует максимальная подгруппа $H_i = P_i[H_{p'}]$ для каждого $i = 1, \dots, n$. Здесь $H_{p'}$ — p'-холлова подгруппа из H. Пусть B — μ_p-добавление к подгруппе H в группе G. По лемме 4 $|G : H_iB| = |H : H_i| = p$ и подгруппа H_iB нормальна в группе G. Поэтому подгруппа

$$K = \bigcap_{i=1}^{n} (H_iB) = \bigcap_{i=1}^{n} ((P_i[H_{p'}])B)$$

нормальна в группе G. Ясно, что

$$K = \bigcap_{i=1}^{n} ((P_i[H_{p'}])B) \supseteq (\Phi(P)[H_{p'}])B,$$

поэтому $\Phi(P) \subseteq P \cap K$. Подгруппа $P \cap K = P_0$ — силовская p-подгруппа в K. Предположим, что $P_0 \neq \Phi(P)$. Тогда существует максимальная подгруппа P_j в P такая, что P_0 не содержится в P_j. Так как P_j нормальна в P, то $P_0P_j = P$. Но теперь

$$K = (P_0[H_{p'}])B \subseteq (P_j[H_{p'}])B, \quad P = P_0P_j \subseteq (P_j[H_{p'}])B,$$

поэтому $G = (P[H_{p'}])B \subseteq (P_j[H_{p'}])B$; противоречие. Значит, предположение оказалось неверным, и $\Phi(P)$ — силовская p-подгруппа в подгруппе K. Применяя лемму 6, заключаем, что подгруппа K p-нильпотентна. Так как K нормальна в G и фактор-группа G/K — p-группа, группа G также p-нильпотентна. По лемме 5 группа G p-сверхразрешима. Теорема 1 доказана.

Следствие 1.1. *Пусть p — наименьший простой делитель порядка группы G. Если силовская p-подгруппа μ-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима.*

Доказательство. Утверждение вытекает из теоремы 1 в случае, когда $H = G_p$ — силовская p-подгруппа группы G.

Следствие 1.2. *Пусть G — группа, $\pi \subseteq \pi(G)$. Если группа имеет четный порядок, то пусть $2 \in \pi$. Если для каждого $p \in \pi$ силовская p-подгруппа циклическая или μ-добавляема в группе G, то G π-сверхразрешима.*

Доказательство. Если силовская 2-подгруппа μ-добавляема в группе G, то G 2-сверхразрешима по следствию 1.1 и 2-нильпотентна по лемме 6. Если силовская 2-подгруппа циклическая, то группа G 2-нильпотентна по теореме IV.2.8 из [2], а по лемме 5 группа G 2-сверхразрешима.

Пусть p — произвольный простой делитель порядка группы $G_{2'}$, $p \in \pi \setminus \{2\}$. Здесь $G_{2'}$ — $2'$-холлова подгруппа группы G, нормальная в G. Если силовская p-подгруппа μ-добавляема в группе G, то по лемме 2 она μ-добавляема в $G_{2'}$. Поэтому группа $G_{2'}$ p-сверхразрешима по лемме 7. Если силовская p-подгруппа циклическая, то ясно, что группа $G_{2'}$ p-сверхразрешима. Так как $G_{2'}$ нормальна в G, группа G p-сверхразрешима для каждого $p \in \pi \setminus \{2\}$. Ясно, что теперь вся группа G π-сверхразрешима.

При $\pi = \pi(G)$ получаем

Следствие 1.3. *Если для каждого $p \in \pi(G)$ силовская p-подгруппа группы G циклическая или μ-добавляема в группе G, то G сверхразрешима.*

Теорема 3.4 и следствие 3.5 работы [1] являются частными случаями следствия 1.3.

Теорема 2. *Пусть G — группа, $\pi(G) = \{p_1, p_2 = p, p_3, \dots, p_n\}$, $p_1 < p_2 = p < p_3 < \dots < p_n$ и H — p-нильпотентная подгруппа, содержащая силовскую p-подгруппу группы G. Если подгруппа H μ_p-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима.*

Замечание. Для третьего по возрастанию простого делителя p порядка группы G условие p-разрешимости группы отбросить нельзя. Примером служит простая группа порядка 60, в которой силовская 5-подгруппа μ-добавляема.

Доказательство. Согласно лемме 7 достаточно доказать p-разрешимость группы G. Воспользуемся индукцией по порядку G. Поскольку множество всех p-разрешимых групп образует насыщенную формацию, на основе лемм 2 и 3 можно утверждать, что $O_{p'}(G) = O_p(G) = R_p(G) = \Phi(G) = 1$ и в группе G существует единственная минимальная нормальная подгруппа N. Здесь $R_p(G)$ — p-разрешимый радикал группы G, т. е. наибольшая нормальная p-разрешимая подгруппа группы G.

Пусть P — силовская p-подгруппа из H и P_i, $i = 1, \dots, n$, — все максимальные подгруппы в группе P. В H существует максимальная подгруппа $H_i = P_i[H_{p'}]$ для каждого $i = 1, \dots, n$. Здесь $H_{p'}$ — p'-холлова подгруппа из H. Пусть B — μ_p-добавление к подгруппе H в группе G. По лемме 4

$|G : H_iB| = |H : H_i| = p$. Теперь фактор-группа $G/(H_iB)_G$ является подгруппой симметрической группы S_p степени p и $|G/(H_iB)_G| = p_1^{a_1}p$. Поэтому фактор-группа $G/(H_iB)_G$ p-сверхразрешима. Подгруппа

$$K = \bigcap_{i=1}^{n}(H_iB)_G = \bigcap_{i=1}^{n}((P_i[H_{p'}])B)_G$$

нормальна в группе G, и фактор-группа G/K изоморфна подгруппе прямого произведения $G/(H_1B)_G \times G/(H_2B)_G \times \ldots \times G/(H_nB)_G$, поэтому G/K p-сверхразрешима. Ясно, что

$$K = \bigcap_{i=1}^{n}((P_i[H_{p'}])B)_G \supseteq \bigcap_{i=1}^{n} P_i = \Phi(P),$$

тем самым $\Phi(P) \subseteq P \cap K$. Подгруппа $P \cap K = P_0$ — силовская p-подгруппа в K. Предположим, что $P_0 \neq \Phi(P)$. Тогда существует максимальная подгруппа P_j в P такая, что P_0 не содержится в P_j. Так как P_j нормальна в P, то $P_0P_j = P$. Но теперь

$$P_0 \subseteq K \subseteq (P_j[H_{p'}])B, \quad P = P_0P_j \subseteq (P_j[H_{p'}])B,$$

поэтому

$$G = (P[H_{p'}])B \subseteq (P_j[H_{p'}])B;$$

противоречие. Значит, предположение оказалось неверным, и $\Phi(P)$ — силовская p-подгруппа в подгруппе K. Применяя лемму 6, заключаем, что подгруппа K p-нильпотентна и $K \subseteq R_p(G) = 1$. Следовательно, группа G p-сверхразрешима. Теорема 2 доказана.

Следствие 2.1. *Пусть G — группа и $\pi(G) = \{p_1, p_2 = p, p_3, \ldots, p_n\}$, $p_1 < p_2 = p < p_3 < \ldots < p_n$. Если силовская p-подгруппа μ-добавляема в G, то группа G p-сверхразрешима.*

Доказательство. Утверждение вытекает из теоремы 2 в случае, когда $H = G_p$ — силовская p-подгруппа группы G.

Следствие 2.2. *Если силовская 3-подгруппа μ-добавляема в G, то группа G 3-сверхразрешима.*

Замечание 2. В простой группе порядка 60 силовская 5-подгруппа μ-добавляема. Поэтому ограничения для величины простого числа p в теоремах 1 и 2 существенны.

Авторы выражают благодарность рецензенту, обнаружившему пробел в начальном варианте статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мяо Л., Цянь Г.* Условие разрешимости конечных групп // Сиб. мат. журн. 2009. Т. 50, № 4. С. 866–872.
2. *Huppert B.* Endliche Gruppen. I. Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verl., 1967.
3. *Шеметков Л. А.* Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.

Статья поступила 17 июня 2008 г.

Монахов Виктор Степанович, Шныпарков Александр Валерьевич
Гомельский гос. университет, кафедра алгебры и геометрии,
ул. Советская, 104, Гомель 246019, Беларусь
monakhov@gsu.by, shnyparkov@tut.by