Seminar Sophus Lie
2 (1992) 235–261

Leben und Werk Sophus Lies
–Eine Skizze–

Bernd Fritzsche

> „Der...Norweger Sophus Lie war eine merkwürdige Persönlichkeit. Er war erst verhältnismäßig spät zur Mathematik gekommen, hatte dann aber eine solche Genialität und Selbständigkeit entwickelt, daß er schnell zu einem der ersten Mathematiker seiner Zeit aufstieg. Als ich ihn in Leipzig kennen lernte, war er als Meister seines Faches allgemein anerkannt und war unausgesetzt tätig, die von ihm erschlossenen neuen Gebiete zu bebauen und zu erweitern. Äußerlich sah er nicht wie ein Gelehrter aus [1]. Von breiter massiver Gestalt, schwerem Gliederbau und entsprechender Gesichtsbildung hatte er etwas Urweltliches, wie man sich ein Mammuth vorstellt. Auch in seinem Charakter schien etwas Ungebändigt-Nordisches im Hintergrunde zu liegen. Den Angelegenheiten des täglichen Lebens stand er fremd gegenüber, denn seine Wissenschaft, für die er eine leidenschaftliche Verehrung und Hingabe empfand, erfüllte ihn so vollständig, daß für anderes wenig Raum blieb."
>
> Wilhelm Ostwald

Sophus Lie wurde am 17. Dezember 1842 als Sohn eines Pastors in Nordfjordeid am Eidsfjord, einem Zweig des norwegischen Nordfjords, geboren. Dort verbrachte er die ersten neun Jahre seines Lebens. 1851 wurde der Vater nach Moss, einer Kleinstadt am Oslofjord, versetzt. Hier besuchte Sophus Lie bis 1857 die Schule, und von 1857 bis 1859 absolvierte er eine Lateinschule in Kristiania, dem heutigen Oslo. Da Sophus Lie als Schüler in allen Fächern gute Leistungen erreichte, schwankte er zu Beginn des Studiums 1859 zwischen Sprachen und Naturwissenschaften. Seine Entscheidung fiel schließlich zugunsten der Naturwissenschaften aus, die er bis 1865 an der Kristianiaer Universität studierte. Bemerkenswert ist, daß er während des Studiums keine ausgesprochene Vorliebe für die Mathematik zeigte. 1865 legte er das mathematisch-naturwissenschaftliche Lehrerexamen ab und gab danach Schul- und Privatunterricht. Außerdem hielt Sophus Lie in diesen Jahren stark beachtete populärwissenschaftliche Vorträge über astronomische Themen.

Erst das Jahr 1868 brachte die entscheidende Wende in Lies Verhältnis zur Mathematik und damit in seinem Leben: er war auf die Werke von Ponce-

[1] Sophus Lie war 1,95 m groß, B. F.

LET und PLÜCKER gestoßen. Beider Ideen—sie sind neben MÖBIUS die Schöpfer der projektiven Geometrie—regten ihn zu eigenen intensiven geometrischen Forschungen an. Die Zeit des Suchens war nun vorbei; LIE fühlte sich zur Mathematik berufen. Anfang 1869 entstand die erste der insgesamt 245 Publikationen. Er hatte eine sehr gedrängte Darstellung eines Teils seiner geometrischen Untersuchungen unter dem Titel „Repräsentation der Imaginären der Plangeometrie" in einem Quartheft von 8 Seiten Umfang auf eigene Kosten drucken lassen. Die Arbeit erschien noch im gleichen Jahr im Journal für die reine und angewandte Mathematik („Crelles Journal"). Auf Grund dieser Veröffentlichung erhielt LIE ein Reisestipendium, das ihm vom Herbst 1869 bis Ende 1870 einen Aufenthalt im Ausland ermöglichte.

Das Wintersemester 1869/70 verbrachte er in Berlin. Durch das Wirken von KRONECKER, KUMMER und WEIERSTRASS war die Stadt damals eines der bedeutendsten mathematischen Zentren der Welt. Junge Gelehrte wie LIE strömten hierher, um ihre Ausbildung zu vervollkommnen. In den Seminaren von KUMMER und WEIERSTRASS hatten sie auch Gelegenheit, eigene Resultate vorzutragen. LIE nahm zwar an diesen Veranstaltungen teil, arbeitete auch für das KUMMERsche Seminar einen beachteten Vortrag aus, im ganzen blieb ihm aber die Art, wie die Berliner Schule Mathematik betrieb,fremd. Statt der „Arithmetisierung der Mathematik" bevorzugte er die „synthetische" Denkweise, was sein Begriff für ein geometrisches Herangehen an mathematische Probleme war. So ist es nicht verwunderlich, daß er in Berlin mit dem geistesverwandten, sieben Jahre jüngeren PLÜCKER-Schüler FELIX KLEIN (1849–1925) Freundschaft schloß. MAX NOETHER [Noether 1900, S. 4–5], der LIE und KLEIN persönlich kannte, charakterisiert ihr damaliges Verhältnis folgendermaßen:

> „In Klein, der damals schon, in Verwaltung der Erbschaft Plükker's, den zweiten Band von dessen Liniengeometrie herausgegeben; wie auch eine Reihe eigener Forschungen über allgemeine Liniencomplexe 2ten Grades veröffentlicht hatte, fand Lie nicht nur mannigfache Förderung durch den Hinweis auf ihm bisher fremd gebliebene Gebiete, sondern vor Allem das offene Verständniss für seine liniengeometrischen Interessen, in welchem sich seine eigenen bisher noch unfertigen Gedanken klären konnten. Auch in dem Interesse für Transformationen trafen Beide zusammen, wenn auch Klein, mitten in der modern algebraisch-geometrischen, Clebsch'schen Richtung stehend, mehr den projectiven und constructiven, zuordnenden Charakter betonte, Lie aber, von dem engeren Sinne des Projectiven unbeschränkt, mehr den erzeugenden, den allgemeinen Charakter der Transformationen. Der gegenseitige Anschluss wurde für die Beiden um so enger, als sie für ihre schon festgelegte Richtung bei Weierstrass keine weitere Anregung, nur in Kummer's Seminar einige Aufmunterung erhalten konnten."

Im Frühjahr 1870 verließ LIE Berlin. Er ging zunächst einige Tage nach Göttingen, wo er CLEBSCH besuchte. Dann brach LIE nach Paris auf, wo Ende April auch KLEIN eintraf. Beide suchten hier den persönlichen Kontakt zu jüngeren französischen Mathematikern und fanden ihn insbesondere zu DAR-

BOUX und JORDAN. JORDAN, dessen Werk „Traité des substitutions et des équations algébriques“ gerade erschienen war, machte LIE und KLEIN auf die GALOISsche Theorie aufmerksam. Die beiden Freunde hatten zwar den Gruppenbegriff intuitiv schon früher verwandt, aber in Paris wurden sie erst richtig mit ihm vertraut—was etwas verwundert, da LIE schon während seines Studiums Vorlesungen über Substitutionstheorie geboten bekam. LIE und KLEIN erkannten schnell die Bedeutung des Gruppenbegriffs und wandten ihn auf dem Gebiet der geometrischen Abbildungen und Transformationen an. Damit entstand die Idee der Transformationsgruppe und ihrer Invarianten. Insbesondere untersuchten LIE und KLEIN die Kurven und Flächen, die unendlich viele vertauschbare projektive Transformationen gestatten, und veröffentlichten darüber zwei gemeinsame Publikationen in den Comptes Rendus.

Der fruchtbare geistige Austausch der beiden Freunde wurde durch politische Ereignisse jäh unterbrochen. Am 19. Juli 1870 erklärte das Französische Kaiserreich dem Königreich Preußen den Krieg. Dieser Schritt löste den Deutsch-Französischen Krieg von 1870/71 aus und nötigte KLEIN, Paris zu verlassen. Als Bürger des neutralen Norwegens blieb LIE zurück und entschloß sich, durch Frankreich nach Italien zu wandern. Seine arglos begonnene, die Wirren der Zeit außer acht lassende Fußwanderung fand nach etwa 60 km bei Fontainebleau ein Ende, wo er als vermeintlicher preußischer Spion verhaftet wurde. Die Vermittlung von DARBOUX bewirkte, daß man allmählich von dem gefährlichen Verdacht abrückte und LIE nach vier Wochen Haft entließ. Wieder in Freiheit, reiste er über Italien und die Schweiz nach Düsseldorf, wo er im November eintraf und mit KLEIN die dritte gemeinsame Publikation verfaßte. Als die Arbeiten daran abgeschlossen waren, kehrte LIE im Dezember 1870 nach einjähriger Abwesenheit nach Kristiania zurück. (Die letzte Veröffentlichung unter beider Namen erschien im Juni 1871 in den Mathematischen Annalen. Die Ausarbeitung hatte KLEIN besorgt; inhaltlich knüpfte sie an die zwei Pariser Noten an.)

Anfang 1871 wurde LIE Stipendiat der Universität Kristiania. Da das Stipendium zum Leben nicht ausreichte, erteilte er an der Lateinschule, die er selber durchlaufen hatte, Unterricht. Hauptsächlich beschäftigte sich LIE aber mit der Abfassung seiner Promotionsschrift „Over en Classe geometriske Transformationer“, in der er erstmals ausführlich seine Geraden-Kugel-Transformation darstellte. Die Entdeckung ging auf den Juli 1870 zurück, als LIE eine Berührungstransformation fand, die bei geeigneter Wahl der Konstanten die Eigenschaft besaß, Geraden des Raumes in Kugeln überzuführen. So wurde die projektive Geometrie mit einer metrischen, auf reziproke Radien gegründeten in Beziehung gesetzt, wodurch neben die Liniengeometrie PLÜCKERs eine vollkommen gleichberechtigte Kugelgeometrie trat.

Im Juli 1871 verteidigte LIE vor der philosophischen Fakultät der Universität Kristiania seine Promotionsschrift erfolgreich und erwarb den Doktorgrad, der im damaligen Norwegen gleichzeitig die Habilitation beinhaltete. Einige Monate später bemühte er sich im schwedischen Lund um eine vakante Professur, was ihm als nationalstolzen Norweger nicht leicht fiel, war doch Norwegen seit 1814 durch eine Personalunion mit Schweden verbunden. Die ständigen Spannungen zwischen den beiden Nationen endeten erst im Jahre 1905, als Norwegen die völlige Unabhängigkeit erlangte. LIEs Absichten wurden in seiner Heimat bekannt und bewirkten, daß das norwegische Parlament am 26. März 1872 für ihn eine persönliche Professur schuf. Am 3. Mai 1872 wurde er zum Mitglied der Kristianiaer Gesellschaft der Wissenschaften gewählt, und am 1. Juli 1872 erfolgte seine Ernennung zum außerordentlichen Professor an der Landesuniversität. Jetzt endlich konnte sich LIE ganz der Mathematik widmen. Denn das Unterrichten, wozu ihn seine pekuniäre Lage bisher gezwungen hatte, entfiel, und die Vorlesungen, die er halten mußte, bereiteten ihm wenig Arbeit. Das einzig Unangenehme an der neuen Stellung war das viele Prüfen der Gymnasiasten, denn im damaligen Norwegen wurden die Abiturexamina an der Universität abgelegt. Ein Jahr später erinnerte sich LIE in einem Brief an die Situation von 1872 folgendermaßen [Engel 1899, S. XXXII–XXXIII]:

> „In der That, ich der einmal riesenstark war, war in späteren Jahren durch zu grosse Forderungen, die ich auf meine Arbeitskraft stellte, successiv ein Bischen heruntergekommen. Vorigen Sommer culminirte es; glücklicherweise machte meine Ernennung zu Professor mir es möglich mehr rationel zu leben. Seit der Zeit geht es immer besser, und ich hoffe bald meine alte Arbeitskraft zurückgewonnen zu haben.—Sie müssen mich nicht missverstehen. Eigentlich krank bin ich in meinem ganzen Leben noch nicht gewesen. Nur fing ich im vorigen Jahre an ein Bischen nervös zu werden.“

Im September 1872 reiste LIE nach Göttingen, wo er erneut mit KLEIN zusammentraf. Beide brachen Ende des Monats nach Erlangen auf, wohin der Deutsche als Ordinarius der Mathematik berufen worden war. Der Norweger, der während der Reise noch LÜROTH und NOETHER besuchte, traf erst am 2. Oktober in der fränkischen Universitätsstadt ein. Durch den persönlichen Kontakt der zwei Freunde kam es zu einer erneuten, sehr fruchtbaren Beeinflussung, wovon einige Veröffentlichungen LIEs und das „Erlanger Programm“[2] KLEINs Zeugnis ablegen. In Göttingen lernte LIE auch ADOLPH MAYER (1839–1908) kennen, der ebenfalls über partielle Differentialgleichungen 1. Ordnung arbeitete. Beide Mathematiker waren nahezu gleichzeitig und völlig unabhängig voneinander zu übereinstimmenden Ergebnissen gelangt. Um den Gedankenaustausch fortzusetzen, lud der freundliche und vermögende MAYER LIE in seine Heimatstadt Leipzig ein. Von Erlangen kommend, wo er sich drei Wochen aufgehalten hatte, besuchte ihn LIE. In dem gastlichen und kultivierten Hause MAYERs und in dessen Gesellschaft fühlte er sich so wohl, daß beide als Freunde schieden. Auch entspann sich zwischen ihnen ein reger Briefwechsel, der bis zu LIEs Berufung nach Leipzig im Jahre 1886 andauerte. ENGEL würdigte das Verhältnis zwischen LIE und MAYER mit den Worten [Engel 1899, S. XXXI–XXXII]:

> „Die Beziehungen zu A. Mayer haben auf Lie einen nicht zu unterschätzenden Einfluss ausgeübt. Lie hatte bisher seine Theorie der partiellen Differentialgleichungen mit Hülfe begrifflicher Betrachtungen entwickelt, während Mayer rein analytisch zu Werke gegangen war. Lie drückte das selbst einmal so aus:

[2] Der ursprüngliche Titel der Programmschrift lautete „Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen“, B. F.

'Unglücklicherweise sprechen wir aber verschiedene Sprachen in der Mathematik. Oder raisonniren jedenfalls in ganz verschiedener Weise' (Brief vom December 1872). Er bemühte sich daher von jetzt ab, seine begrifflichen Ueberlegungen in die Sprache der Analysis zu übersetzen, weil er hoffte, auf diese Weise zunächst von Mayer und dann überhaupt von den Mathematikern leichter verstanden zu werden, ausserdem aber auch, weil er es sehr schwer fand, seine begrifflichen Betrachtungen in einwandfreier Weise darzustellen. Er that dies schon in den Abhandlungen über partielle Differentialgleichungen I. O., die er in Kristiania veröffentlichte, noch viel mehr aber bei den für die Mathematischen Annalen bestimmten Arbeiten. Auf diese verwendete er die grösste Mühe und liess ausserdem Mayer ziemlich freie Hand, einzelne kleine Aenderungen vorzunehmen. Trotzdem gelang es ihm nicht, die Analytiker zu befriedigen, weil man seiner Darstellung immer noch zu sehr anmerkte, dass ursprünglich synthetische Ueberlegungen in ein analytisches Gewand gekleidet waren. Es dauerte lange Zeit, bis er dem analytischen Apparate eine für seine Zwecke brauchbare Form gegeben hatte, und dieser Umstand ist der Verbreitung seiner Ideen sehr hinderlich gewesen."

Die ökonomisch gesicherte Position erlaubte es LIE, an die Gründung einer Familie zu denken. In den Weihnachtsferien 1872 verlobte er sich mit ANNA BIRCH (1854–1920). Der 1874 geschlossenen Ehe entstammten zwei Töchter und ein Sohn.

Im Frühjahr 1873 beauftragte die Kristianiaer Gesellschaft der Wissenschaften LIE und seinen Lehrer SYLOW, die Werke ABELs neu herauszugeben. Diese wissenschaftliche Unternehmung, deren Hauptlast SYLOW trug, wurde erst im Dezember 1881 abgeschlossen. Trotzdem schien LIE kein genauer Kenner dieser Theorien gewesen zu sein, denn sein Schüler GERHARD KOWALEWSKI berichtete [Kowalewski 1950, S. 64]: „Algebraische Probleme waren ihm etwas Fremdes, obwohl er doch ein Landsmann Abels war und mit Sylow Abels Werke herausgegeben hatte."

Ende 1874 erschien in den Göttinger Nachrichten die erste gruppentheoretische Arbeit LIEs unter dem Titel „Ueber Gruppen von Transformationen". Die Theorie der Transformationsgruppen war von ihm ursprünglich als ein mathematischer Apparat für die Weiterentwicklung seiner Integrationstheorie benutzt worden. Allmählich erlangte sie für LIE ein eigenes Intersse, so daß er sich in den nächsten Jahren wesentlich mit ihrer Begründung und Ausarbeitung beschäftigte. Um über seine neue Gruppentheorie und deren Anwendungen ausführlicher und schneller publizieren zu können, als es in den Verhandlungen der Kristianiaer Gesellschaft der Wissenschaften möglich war, gründete LIE mit einigen Naturwissenschaftlern 1876 eine eigene, noch heute bestehende Zeitschrift—das Archiv for Matematik og Naturvidenskab.

Trotzdem fand er weder mit der Integrationstheorie noch mit der Gruppentheorie eine angemessene Beachtung in Fachkreisen. Aus diesem Grunde wandte sich LIE wieder verstärkt der Geometrie zu: es entstanden ausgedehnte

Untersuchungen über Minimalflächen, eine Klassifikation der Flächen nach den Transformationsgruppen ihrer geodätischen Linien, Betrachungen über Flächen konstanter Krümmung und eine Arbeit über Translationsflächen.

Seit 1875 bzw. 1879 beschäftigten sich die französischen Mathematiker HALPHEN und LAGUERRE mit Untersuchungen über die Differentialinvarianten der endlichen projektiven Gruppe der Ebene und mit darauf gegründeten Integrationsmethoden. Dies bewirkte, daß LIE die Arbeit an seiner Integrationstheorie eines vollständigen Systems mit bekannten infinitesimalen Transformationen wieder aufnahm. Er fand im Sommer 1882 heraus, daß sich die Differentialinvarianten als Lösungen eines solchen Systems bestimmen lassen. Mit diesem Wissen reiste LIE im September 1882 über Leipzig, wo er KLEIN und MAYER traf, nach Paris und hielt am 3. November in der Société Mathématique einen beachteten Vortrag über seine Integrationstheorie eines vollständigen Systems mit bekannten infinitesimalen Transformationen. In einem Brief, der wahrscheinlich vom Ende des Jahres 1883 stammte, schrieb LIE an KLEIN [Lie 1922–1960, Bd. 6.1, S. 787]:

> „Ich habe Dir wohl nichts über die Invariantentheorie der unendlichen Gruppen geschrieben. Daß endliche Gruppen Differentialinvarianten bestimmen, die man sämtlich angeben kann, habe ich seit 1874 gewußt, ja als selbstverständlich betrachtet. Daß dagegen jede unendliche Gruppe ebenfalls Differentialinvarianten, Differentialkovarianten bestimmt, die man sämtlich angeben kann, weiß ich erst im letzten Jahre. Das ist äußerst merkwürdig und gibt Veranlassung zu einer großen Anzahl Theorien.“

Ende 1884 erschien in den Mathematischen Annalen die erste zusammenfassende Darstellung LIEs zur Theorie der Differentialinvarianten der endlichen und der unendlichen Gruppen mit dem Titel „Ueber Differentialinvarianten“. Leider fanden alle seine Arbeiten—ausgenommen die geometrischen—nicht die Beachtung, die sie verdient hätten. So klagte denn LIE 1884 in einem Brief an MAYER [Engel 1899, S. XLIX]:

> „Wenn ich nur wüsste, wie ich die Mathematiker dazu bringen könnte sich für die Transformationsgruppen und darauf begründete Behandlung der Differentialgleichungen zu interessiren. Ich bin so gewiss, absolut gewiss, dass diese Theorien einmal in der Zukunft als fundamental anerkannt werden. Wenn ich wünsche bald eine solche Auffassung zu schaffen, so ist es u. A. weil ich dann zehnmal mehr machen könnte.“

LIE hatte von 1868 bis 1884 in rastloser Arbeit alle die Theorien konzipiert, die sein Lebenswerk ausmachen. Da er aber seine mathematischen Schöpfungen weder verständlich noch überzeugend genug darzustellen vermochte, blieben seine bahnbrechenden Ergebnisse trotz einer Vielzahl von Publikationen in den Fachkreisen weitgehend unbeachtet. LIE formulierte diese Problematik 1884 in einem Brief an MAYER folgendermaßen [Lie 1922–1960, Bd. 6.1, S. 781]:

> „Neuerdings kriegte meine Frau einen Sohn… Hiermit in Verbindung steht es, daß einige Partieen meiner Arbeit nicht hinlänglich durchgearbeitet sind. Sie wissen ja, daß ich ursprünglich meine

> Theorien synthetisch finde. Bei der analytischen Ausführung fällt es mir immer schwer, Alles hinlänglich generell darzustellen. Die analytische Redaktion verlangt eine partikuläre Form, in der leider zu häufig viel verloren geht. Natürlicher Weise weil ich die analytische Form nicht hinlänglich beherrsche."

Und in einem Brief an Klein aus dem gleichen Jahr hieß es [Lie 1922–1960, Bd. 6.1, S. 793]:

> „Ich schäme mich, daß ich Dich in meinen letzten Arbeiten nur mit einer gewissen Reservation citire. Ich habe indeß gelernt, daß ich vorsichtig sein muß. Denn, wenn ich jemand unbedingt citire, so glaubt man, daß der Andere Alles gemacht hat. Ich verstehe nicht, woran es liegt. Wahrscheinlich daran, daß man ohne weiteres voraussetzt, daß meine Ideen mit meiner Redaktionsfähigkeit proportional sind."

Mit dem Terminus „Redaktionsfähigkeit" bezeichnete Lie das Vermögen, sich anderen schriftlich verständlich zu machen. Zur schmerzlich empfundenen unzureichenden eigenen „Redaktionsfähigkeit" kam erschwerend hinzu, daß er in Kristiania weder Schüler noch Kollegen fand, die auch nur entfernt Verständnis für seine Forschungen aufbringen konnten. So mußte ihn sein zweiter Leipziger Aufenthalt im September 1882, wo er Klein, der seit 1880 Professor für Geometrie an der Alma mater Lipsiensis war, und Mayer traf, besonders beeindrucken. Rückblickend schrieb er im September 1883 an Klein [Lie 1922–1960, Bd. 6.1, S. 787]:

> „Ich hoffe, es geht jetzt gut mit Deiner Gesundheit. Jetzt ist es genau ein Jahr, seit ich Leipzig passirte. Wenn ich das nächste Mal nach Deutschland komme, bleibe ich längere Zeit dort. Möchte es mir bald möglich werden. Es ist einsam, schrecklich einsam hier in Christiania, wo kein Mensch meine Arbeiten und Interessen versteht."

So war es von großer Bedeutung, daß Klein und Mayer Lies schwierige Situation in Kristiania richtig beurteilten und ihm ihren Schüler Friedrich Engel mit dem Auftrag sandten, bei der Ausarbeitung eines großen, zusammenhängenden Werkes über die Theorie der Transformationsgruppen zu helfen. Ende 1883 entwickelte Klein gegenüber seinem norwegischen Freund diesen Plan, und am 30. Juni 1884 erhielt Engel aus Kristiania folgenden Brief [Purkert 1984, S. 30; vgl. auch Neumann et al. 1987, S. 226–229]:

> „Lieber Herr Engel!
>
> Als Klein im Schlusse von 1883 zum ersten den Plan berührte dass Sie nach Christiania kommen würden, schien mir dieser Gedanke so abenteuerlich, dass ich nicht einmal darauf antwortete. Nachdem er indess hierauf zurückgekommen ist, habe ich mit beiden Händen zugegriffen. Für mich und meine Untersuchungen warte ich nämlich sehr viel Vortheil, wenn der betreffende Plan sich realisiren lässt. Ich kenne ja ihre Fähigkeiten nicht nur aus Mayer und Kleins lobender Besprechung, sondern auch aus ihren sehr interessanten selbständigen Arbei-

ten für die ich bei dieser Gelegenheit bestens danke, wie auch aus ihren sehr werthvollen Bemerkungen zu meinen letzten Noten, die ich baldigst nach Leipzig wieder schicke. Ob Sie mit einem Aufenthalte hier einigermassen zufrieden sein werden ist ja immer sehr zweifelhaft. Ich kann nur versprechen dass ich mein Möglichstes machen werde. Insbesondere will ich, wenn ich meine gewöhnliche nicht eben grosse Arbeitskraft behalte, sehr viel Zeit zu ihrer Disposition stellen.

Die allgemeinen Ideen, die Sie in ihrem Brief berühren sind sicher sehr gut. Bei meinen Untersuchungen über Differentialgleichungen, die eine endliche continuirliche Gruppe gestatten hat die Analogie zwischen Substitutionstheorie und Transformationstheorie mir immer vorgeschwebt. Mit solchen Begriffen wie Untergruppen, invariante (oder ausgezeichnete) Untergruppen, vertauschbare Transformationen, Transitivität, *Transitivität im Infinitesimalen*, Primitivität etc. etc. habe ich immer operirt. Wenn ich meine Erfindungsmethode *synthetisch* nenne, so verstehe ich dadurch einerseits, dass ich mit dem Mannigfaltigkeitsbegriff operire, andererseits, *dass ich überhaupt mit Begriffen operire*. Man kann überhaupt beweisen dass gewisse Integrationsprobleme sich auf gewisse Hülfsgleichungen von *bestimmter* Ordnung und bestimmten Eigenschaften reduciren, *während eine weitere Reduction im Allgemeinen unmöglich ist*. Wie weit sich hier die Analogie mit den algebraischen Gleichungen durchführen lässt, kann ich aus dem guten Grunde nicht sagen, dass ich die Gleichungstheorie fast gar nicht kenne. In diese Richtung warte ich mir sehr viel durch Sie. Was die Analogien mit der modernen Funktionentheorie betrifft, so weiss ich eigentlich Nichts.

In den Jahren 1871–76 lebte ich nur in Transformationsgruppen und Integrationsproblemen. Da aber kein Mensch sich für diese Sachen interessirte, gieng ich ein Bischen müde, und wandte mich für einige Zeit zu der Geometrie. Jetzt habe ich indess in den letzten Jahren meine alte Sachen wiederaufgenommen. Wenn Sie mir bei der Weiterentwickelung und Redaction von diesen Sachen beistehen werden, so leisten Sie mir eine überaus grosse Hülfe, ganz besonders dadurch, dass sich endlich ein Mathematiker für diese Theorien ernstlich interessirt. Hier in Christiania geht ein Specialist wie ich schrecklich einsam. Kein Interesse, kein Verständniss.

In der letzten Zeit nimmt die Politik alles Interesse hier. Eben in diesen Tagen passiren merkwürdige Dinge hier, was auch mich vollständig in Anspruch nimmt, wenn ich auch selbstverständlich einige Stunden auf Redaction anwende. Meine erste Note für die Annalen war schon im Mai fertig. Die zweite geht rasch vorwärts. Beide werden ziemlich gross.

Grüsse Mayer und Klein bestens. Ich bin beiden Brief schuldig.

Wenn Sie nach Christiania wirklich kommen, so werden Sie hier äusserst willkommen sein.

Ihr ergebener Sophus Lie“

Wer war dieser junge und begabte Mathematiker FRIEDRICH ENGEL?

Er wurde am 26. Dezember 1861 in Lugau bei Chemnitz als Sohn eines Pfarrers geboren. Im Jahre 1865 siedelte die Familie nach Greiz über, wo sein Vater als Religionslehrer am dortigen Gymnasium wirkte, und von 1868 bis 1879 besuchte FRIEDRICH ENGEL in Greiz die Schule. Ab Ostern 1879 studierte er Mathematik vor allem in Leipzig, aber auch in Berlin, wo er die WEIERSTRASSsche Richtung kennenlernte, ohne sie jedoch zu überschätzen. Anfang 1883 bestand FRIEDRICH ENGEL in Leipzig das Staatsexamen, und im Sommer promovierte er bei ADOLPH MAYER mit dem Thema „Zur Theorie der Berührungstransformationen“. Vom 1. April 1883 bis zum 1. April 1884 leistete FRIEDRICH ENGEL den Militärdienst in Dresden ab. Das Sommersemester 1884 verbrachte er wieder in Leipzig, um an den Veranstaltungen im mathematischen Seminar teilzunehmen. Bis zum Beginn seines Aufenthaltes in Norwegen hatte FRIEDRICH ENGEL schon drei umfangreichere mathematische Arbeiten publiziert, die in den Leipziger Berichten und in den Mathematischen Annalen erschienen. Mitte September 1884 traf er als Stipendiat der Leipziger Universität und der Königlich-Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig in Kristiania ein. GERHARD KOWALEWSKI, ein Schüler von LIE und ENGEL, charakterisierte diese von KLEIN und MAYER initiierte Mission folgendermaßen [Kowalewski 1931, S. 466–467]:

„Von schicksalhafter Bedeutung war es für Engel, daß er auf Anregung seiner Leipziger Lehrer im September 1884 nach Kristiania ging mit dem Auftrage, Sophus Lie zu einer zusammenfassenden Darstellung seiner Aufsehen erregenden Theorien zu veranlassen. Lie selbst wäre wohl nie zu einer solchen Darstellung gekommen. Er wäre in dem Strom der Ideen, die damals mit elementarer Gewalt aus seinem Geiste hervorbrachen, untergegangen. Engel gelang es, in diese chaotische Gedankenmasse eine systematische Ordnung zu bringen, . . . “

LIE und ENGEL arbeiteten in Kristiania ein Dreivierteljahr intensiv zusammen. Der Norweger hatte in dem Deutschen endlich seinen ersten Schüler gefunden; die schmerzlich empfundene, vielfach beklagte Isolation war damit durchbrochen. ENGEL erinnerte sich später an diesen für beide bedeutsamen Lebensabschnitt mit dem Worten [Engel 1899, S. L–LI]:

„Lie trug sich damals schon längst mit dem Gedanken, ein grösseres Werk über Transformationsgruppen zu schreiben, doch wäre es ihm damit, ohne den äusseren Anstoss, der jetzt hinzukam, jedenfalls ebenso ergangen wie mit dem Werke über partielle Differentialgleichungen erster Ordnung, das er in den siebziger Jahren geplant hatte.

Nunmehr aber entschloss sich Lie wirklich, ein grosses Werk über Transformationsgruppen in Angriff zu nehmen, und zwar sollte das keineswegs ein Buch werden, das blos auf

> möglichst bequeme Weise in die Elemente der Theorie einführte, also kein populäres Buch, wenn man bei mathematischen Werken diesen Ausdruck gebrauchen darf, vielmehr wollten wir, wie Lie sich ausdrückt, gleich 'mit voller Musik' anfangen: es sollte eine systematische, möglichst strenge Darstellung werden, die für längere Zeit ihren Werth würde behalten können.
>
> Täglich zweimal kamen wir zusammen, Vormittags auf meiner, Nachmittags auf Lies Wohnung. Es wurde gleich eine vorläufige Redaktion einer Reihe von Kapiteln in Angriff genommen, die nach dem Plane, den Lie jetzt feststellte, in dem Werke enthalten sein sollten. Den Inhalt jedes einzelnen Kapitels entwickelte mir Lie in den mündlichen Besprechungen und gab mir dann als Anhalt für die Ausarbeitung eine kurze Skizze, gewissermassen ein Gerippe, das ich mit Fleisch und Blut überkleiden sollte. Auf diese Weise wurde mit zugleich die denkbar beste Einführung in seine Gruppentheorie zu Theil, von der ich bei meiner Ankunft in Kristiania nur äusserst dürftige Kenntniss besessen hatte. Ich musste jeden Tag von Neuem staunen über die Grossartigkeit des Gebäudes, das Lie für sich allein erbaut und im Kopfe hatte und von dem seine bisherigen Veröffentlichungen blos eine schwache Vorstellung gaben.
>
> Bis zu Weihnachten 1884 war diese vorläufige Redaktion beendet und Lie beschäftigte sich dann einige Wochen lang damit, Alles durchzuarbeiten, um den Plan für die endgültige Redaktion festzustellen. Von Ende Januar 1885 ab fing dann die Redaktionsthätigkeit von Neuem an: die fertigen Kapitel wurden umgearbeitet und viele neue kamen hinzu. Als ich Ende Juni 1885 Kristiania verliess, lag ein Stoss von Manuskripten vor, der nach einer Schätzung von Lie im Druck etwa dreissig Bogen ergeben haben würde. Dass bis zur wirklichen Vollendung des ganzen Werkes noch acht volle Jahre vergehen, dass aus jenen dreissig Bogen hundertfünfundzwanzig werden würden, ahnte damals keiner von uns beiden."

Nach Leipzig zurückgekehrt habilitierte sich ENGEL. Als Habilitationsschrift legte er die Abhandlung „Ueber die Definitionsgleichungen der continuirlichen Transformationsgruppen" vor. Am 15. Juli 1885 verlief das Kolloquium erfolgreich, und am 14. Oktober hielt ENGEL den Vortrag „Anwendungen der Gruppentheorie auf Differentialgleichungen". Damit waren alle geforderten Leistungen für die Habilitation erbracht; ENGEL konnte nun als Privatdozent an der Leipziger Universität wirken. Er hielt noch im Wintersemester 1885/86 seine erste Vorlesung. Der Gegenstand war bezeichnenderweise die Theorie der partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung.

KLEIN erhielt im August 1885 eine Berufung an die Universität Göttingen. Fasziniert von dem Gedanken, an der Wirkungsstätte von GAUSS, RIEMANN und CLEBSCH zu arbeiten, nahm er nach einigem Zögern den Ruf an und wechselte zu Beginn des Sommersemesters 1886 an die Georgia Augusta über. Als seinen Nachfolger in Leipzig empfahl die philosophische Fakultät dem sächsischen

Kultusministerium insbesondere Sophus Lie. In ihrem Gutachten, das Klein entworfen hatte, hieß es in Hinblick auf den Norweger [Neumann et al. 1987, S. 220–225]:

> „Aufgefordert, für die Wiederbesetzung der demnächst zur Erledigung gelangenden Professur der Geometrie Vorschläge zu machen, glauben wir in erster Linie einen Mann nennen zu sollen, der vermöge der Selbständigkeit seiner Ideen, der Folgerichtigkeit seiner Arbeiten und der Größe seiner Ziele unbedingt vor allen anderen hervorragt... Es gibt andere Geometer, welche, vielseitig durchgebildet, bald in der einen bald in der anderen Richtung wichtige Resultate gefunden haben und den gegenwärtigen Stand der geometrischen Wissenschaft in Vorlesungen zu vertreten wissen. Aber Lie ist der Einzige, welcher vermöge seiner kraftvollen Persönlichkeit und der Originalität seines Denkens eine selbständige geometrische Schule zu begründen vermag. Wir haben in dieser Hinsicht gewissermassen die Probe gemacht, indem wir vor Jahresfrist, als das Kregel von Sternbachsche Stipendium zu vergeben war, einen jüngeren Mathematiker—unseren jetzigen Privatdocenten Dr. Engel—zu Lie nach Christiania schickten, von wo derselbe mit einer Fülle neuer Gesichtspunkte zurückgekehrt ist... Wir wollen schliesslich anführen, dass Lie, früheren Aeusserungen zufolge, geneigt scheint, einem Rufe nach Deutschland Folge zu leisten. In einer Uebersiedlung nach Deutschland erblickt er das Mittel, um der wissenschaftlichen Isolirtheit zu entgehen, in der er in Christiania zu leben gezwungen ist."

Als Karl Weierstrass, der für H. A. Schwarz ein Ordinariat erwirken wollte, von den Bemühungen Kleins erfuhr, Lie nach Leipzig zu holen, äußerte er verstimmt [Biermann 1988, S. 170]:

> „Lie hat ja, das will ich nicht leugnen, einige wertvolle Arbeiten geliefert, ist aber weder in wissenschaftlicher Beziehung noch als Lehrer ein Mann von solcher Bedeutung, daß man ihn, den Ausländer, allen in Betracht kommenden Inländern vorzuziehen berechtigt wäre. Nun wird es heißen, er sei ein zweiter Abel, den man um jeden Preis habe gewinnen müssen."

Die Verkennung der Bedeutung „des Ausländers" für die Entwicklung der Mathematik durch Weierstrass, die auf der Unterschiedlichkeit der Forscherpersönlichkeiten beruhte, wurde von der ganzen Berliner Schule geteilt und erstreckte sich außer auf Lie auch auf seine Schüler und Mitstreiter. Sie herrschte noch nach Lies Tode vor und verhinderte u.a. die Berufung von Friedrich Engel und Friedrich Schur nach Berlin [vgl. Biermann 1988, S. 313–318].

Am 18. Dezember 1885 entschied man sich im Königlich-Sächsischen Ministerium des Kultus und öffentlichen Unterrichts zu Dresden auf Grund des angeführten Gutachtens, mit Lie in Verhandlung zu treten. (Weierstrass hatte in Sachsen—im Gegensatz zu Preußen—keinerlei Einfluß auf die Besetzung von Lehrstühlen.) Einen Monat später konnte man der philosophischen Fakultät bereits mitteilen, daß LIE die Berufung zum ordentlichen Professor der Geometrie angenommen hatte. Im Februar 1886 traf er mit seiner Familie in Leipzig ein und bezog eine Wohnung in der Seeburgstraße [vgl. Leipziger Adreß-Buch für 1887–1898]. Am 29. Mai 1886 hielt er im Beisein des sächsischen Königs ALBERT I. in der Aula der Universität die Antrittsvorlesung „Ueber den Einfluss der Geometrie auf die Entwicklung der Mathematik" [s. Neumann et al. 1987, S. 48–57] und leistete den Amtseid.

Um das Umfeld von LIE zu charakterisieren, sei einiges zum damaligen Sachsen und insbesondere zu Leipzig und seinen wissenschaftlichen Institutionen ausgeführt: Leipzig hatte 1886 rund 170 000 Einwohner. In der Messe- und Buchstadt, in der sich ein überaus reges geistiges Leben abspielte, gab es zahlreiche wissenschaftliche Gesellschaften, eine Akademie, eine Universität, mehrere Hochschulen, etwa 100 Buchdruckereien und über 200 Verlage [vgl. Kaufmann 1889, S. 31–32]. In dem bedeutenden Wissenschaftsverlag B. G. Teubner (Firmengründung 1811) wurden zu LIEs Lebzeiten alle seine Bücher und postum die Gesammelten Abhandlungen verlegt.

Die Akademie des Königreiches Sachsen war die Königlich-Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Sie ging auf einen Plan von GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ zurück. Dieser verhandelte um 1700 mit AUGUST DEM STARKEN, um eine Sächsisch-Polnische Akademie der Wissenschaften und Künste ins Leben zu rufen. Der Plan zerschlug sich trotz der wohlwollenden Haltung des Souveräns, als infolge des Nordischen Krieges 1706 die Schweden unter KARL XII. in Sachsen einfielen. Zum 200. Geburtstag von LEIBNIZ, also am 1. Juli 1846, wurde in dessen Geburtsstadt in Anlehnung an die urspünglichen Pläne die Königlich- Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig gegründet. Sie gliederte sich in eine mathematisch-physische sowie in eine philologisch-historische Klasse und gab Abhandlungen und Berichte heraus. 1886 wurde LIE Mitglied dieser bedeutenden Sozietät.

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts begann die Blüte der 1409 gegründeten Leipziger Universität. Sie hielt bis zum verhängnisvollen Jahr 1933 an. Das Aufblühen war auf das engste mit der Regierungszeit König JOHANN I. von Sachsen verbunden, denn der von 1801 bis 1873 lebende und seit 1854 regierende Monarch war ein bedeutender Philologe und Historiker, der sich auf die DANTEforschung spezialisiert hatte. Unter dem Pseudonym Philalethes (Wahrheitsfreund) gab er sein Hauptwerk heraus, eine metrische Übertragung der Göttlichen Komödie, die er mit kritischen und historischen Erläuterungen versah. Dieser Herrscher förderte das Bildungswesen in Sachsen und besonders die Landesuniversität mit ganzer Kraft. Seine Bemühungen wurden unterstützt bzw. weitergeführt durch drei hochbefähigte Minister des Kultus und öffentlichen Unterrichts. Es waren dies JOHANN VON FALKENSTEIN mit der Amtszeit von 1853 bis 1871, CARL VON GERBER mit der Amtszeit von 1871 bis 1891 und PAUL VON SEYDEWITZ mit der Amtszeit von 1892 bis 1906. CARL VON GERBER gelang es, den Mathematiker OSKAR SCHLÖMILCH—bekannt auch als langjähriger Herausgeber der Zeitschrift für Mathematik und Physik sowie als mathematischer Gutachter und Berater des Verlages B. G. Teubner—von 1874 bis 1885 zur Mitarbeit im Ministerium des Kultus und öffentlichen Unterrichts zu gewinnen.

Schlömilch nahm sich besonders der Belange der Mathematik an den Schulen und Hochschulen Sachsens an. Im Jahre 1880 wurde der Lehrstuhl für Geometrie an der Leipziger Universität eingerichtet und mit Felix Klein besetzt und 1881 das mathematische Seminar auf dessen Anregung hin gegründet.

Der engere Wirkungskreis von Lie war das mathematische Seminar. Es bestand 1886 aus den Direktoren Sophus Lie, Adolph Mayer und Carl von der Mühll sowie dem Assistenten Friedrich Schur und setzte sich aus zwei Abteilungen zusammen. Die Abteilung I in der Ritterstraße 24 enthielt die Lese- und Arbeitsräume. Hier wirkte Friedrich Engel als Bibliothekar. Die Abteilung II im Czermakschen Spectatorium in der Brüderstraße 32 beherbergte einen größeren Hörsaal, in dem Lie meist las, und die Modellsammlung, die Friedrich Schur betreute.

1889 schied Carl von der Mühll als Mitdirektor durch die Berufung nach Basel aus. 1888 folgte Friedrich Schur einem Ruf nach Dorpat. Die freiwerdende Assistentenstelle wurde an Friedrich Engel vergeben. Durch seine Tätigkeit als Bibliothekar und als Assistent am mathematischen Seminar kam der mittellose Privatdozent Engel wenigstens in den Genuß eines kleinen Gehaltes. Weitere Kollegen von Lie waren die Ordinarien Heinrich Bruns, Carl Neumann und Wilhelm Scheibner sowie bis 1888 der Privatdozent Eduard Study, ferner ab 1891 der Privatdozent Georg Scheffers, der 1896 Extraordinarius wurde und 1897 nach Darmstadt ging, sowie ab 1895 der Privatdozent Felix Hausdorff.

Die Übersiedlung von Lie nach Leipzig bewirkte, daß er nun mit Engel wieder sehr intensiv an dem gemeinsamen Werk über die Theorie der Transformationsgruppen arbeitete. Im Jahre 1888 erschien bei B. G. Teubner in Leipzig der erste, 632 Seiten starke Band—als 1. Abschnitt der „Theorie der Transformationsgruppen“ bezeichnet.

Zu Anfang des Wintersemesters 1889/90 brach Lie gesundheitlich zusammen. In einem ärztlichen Gutachten vom 16. November 1889 [UAL, PA Nr. 693] wurde von einer „Gruppe bedrohlicher Erscheinungen nervöser Art“ gesprochen, die wahrscheinlich die somatopsychisch bedingten Symptome der noch nicht erkannten perniziösen Anämie waren. Lie suchte in der Nervenheilanstalt Ilten bei Hannover Genesung und kehrte erst im Juli 1890 nach Leipzig zurück. Sowohl im Wintersemester 1889/90 als auch im darauffolgenden Sommersemester wurden seine Vorlesungen von Engel gehalten. Erst im Wintersemester 1890/91 konnte Lie die Lehrtätigkeit wieder aufnehmen.

1890 erschien der zweite, 555 Seiten starke Abschnitt und 1893 der dritte, 831 Seiten umfassende Abschnitt der „Theorie der Transformationsgruppen“ im Teubner-Verlag. Mit dem 3. Abschnitt war das fundamentale Werk nach fast neunjähriger unermüdlicher Arbeit von den beiden Autoren abgeschlossen worden. Lie versah es mit einer längeren Widmung. Die Engel betreffende Passage lautete [Lie, Engel 1888–1893, Bd. 3]:

> „Bei der Durchführung meiner Ideen im Einzelnen und bei ihrer systematischen Darstellung genoss ich seit 1884 in der grössten Ausdehnung die unermüdliche Unterstützung des Professors
> Friedrich Engel
> meines ausgezeichneten Kollegen an der Universität *Leipzig*.“

Ferner hieß es in der Vorrede zum 3. Abschnitt [Lie, Engel 1888–1893, Bd. 3, S. XXIV]:

> „Eine ganz besondere Stellung nimmt Herr Professor Engel mir gegenüber ein. Auf Veranlassung von F. Klein und A. Mayer ging er im Jahre 1884 nach Christiania, um mich bei der Ausarbeitung einer zusammenhängenden Darstellung meiner Theorien zu unterstützen. Er hat sich dieser Aufgabe, deren Umfang wir damals noch nicht ahnten, mit einer Ausdauer und einer Tüchtigkeit unterzogen, die ihres Gleichen sucht. Er hat während dieser Zeit auch eine Reihe von wichtigen selbständigen Ideen entwickelt, hat aber in höchst uneigennütziger Weise darauf verzichtet, sie ausführlich und zusammenhängend darzustellen, er hat sich vielmehr mit kurzen Mittheilungen darüber begnügt, die in den Mathematischen Annalen und namentlich in den Leipziger Berichten erschienen sind, und hat seine Talente und die ganze freie Zeit, die ihm seine Vorlesungen übrig liessen, unausgesetzt der Aufgabe gewidmet, meine Theorien so ausführlich und vollständig, so systematisch, namentlich aber so *exact* darzustellen, wie nur irgend möglich. Durch diese selbstlose Wirksamkeit, die sich jetzt bereits über einen Zeitraum von neun Jahren erstreckt, hat er mich und ich glaube die ganze wissenschaftliche Welt zu höchstem Danke verpflichtet."

Auch GERHARD KOWALEWSKI, ein von LIE und ENGEL bevorzugter Schüler, würdigte den Anteil des letzteren an der „Theorie der Transformationsgruppen". Er schrieb etwa 60 Jahre nach dem Abschluß des grundlegenden Werkes, also nach einem Zeitraum, in dem der gewonnene Abstand i. allg. die Dinge in der richtigen Beleuchtung erscheinen läßt [Kowalewski 1950, S. 51–52]:

> „Man verlangte eine analytische Einkleidung auch bei Dingen, die man durch rein geometrische oder durch allgemein begriffliche Betrachtungen gewonnen hatte, wie es bei Lie der gewöhnliche Weg war. Wie oft kam in seinen, stets in gebrochenem Deutsch gehaltenen Vorlesungen die Redewendung vor: 'Räsonieren wir mit den Begriffen!' Wie oft trat eine Figur an die Stelle eines analytischen Beweises! Engel, der bei der Ausarbeitung des dreibändigen Werkes Lies Dolmetscher nicht nur in sprachlicher, sondern auch in mathematischer Hinsicht war, hatte außer in Leipzig auch in Berlin bei Weierstraß studiert. Er wußte genau, daß man bei Aufbau der neuen Theorie ein funktionentheoretisches Fundament nicht entbehren konnte, wenn man für die neuen Ideen Verständnis finden wollte. Man mußte sich auf analytische Gruppen beschränken, hatte dann zunächst mit Potenzreihen zu arbeiten und konnte im übrigen froh sein, daß es die analytische Fortsetzung gab, um aus der Enge der Konvergenzbereiche herauszukommen."

LIE wußte zwar, daß seine Ideen von weit größerer Tragweite waren und reagierte nicht immer ohne Mißfallen, wenn ENGEL sie durch notwendige Voraussetzungen eingeschränkt hatte. Aber gerade dadurch verhinderte der um mathematische Exaktheit ringende Mitautor, daß zu groß angelegte und darum damals noch nicht durchführbare Konstruktionen entstanden.

Nach dem Erscheinen des 1. Abschnittes der „Theorie der Transformationsgruppen" veröffentlichte der kongeniale Eduard Study, der die zweite Korrektur gelesen hatte [vgl. Lie, Sophus fra Study, E., Brevs.nr. 289], in der Zeitschrift für Mathematik und Physik eine 21 Seiten lange, wissenschaftlich gediegene Rezension. Zum Abschluß hieß es [Study 1889, S. 191]:

> „Und möchte es Herrn Lie vergönnt sein, bei uns Das zu finden, um dessentwillen er seine Heimath verliess. Möchte es ihm gelingen, einen Kreis von Schülern um sich zu sammeln, die ihm auf den neu betretenen aussichtsreichen Pfaden folgen und in froher Mitarbeit mit ihm die Wissenschaft weiterbilden zu einer immer höheren und schöneren Gestaltung."

Study sprach hier die Hoffnungen und Ziele Lies aus, denen zunächst eine ungünstige Entwicklung der Zahl der Mathematikstudenten im Wege zu stehen schien. So sank an der Leipziger Universität die Zahl der Hörer in der Mathematik von 80 im Sommersemester 1886 auf das Minimum von 20 im Wintersemester 1893/94. Danach stieg ihre Zahl allmählich wieder an und im Sommersemester 1898 betrug sie 90. Trotz dieser zahlenmäßigen Schwankungen, die eine Folge der „Überproduktion" von Mathematikern Ende der siebziger und Anfang der achtziger Jahre des vorigen Jahrhunderts waren, gelang es Lie mit Engels Hilfe, in Leipzig eine Schule zu begründen. In seinen geometrischen Einführungsvorlesungen behandelte Lie Anwendungen der Analysis auf die Geometrie, die analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, die Theorie der Kurven und Flächen im Raum sowie die metrische Geometrie, während Engel hauptsächlich über algebraische und funktionentheoretische Probleme las—also Gegenstände, die nicht das unmittelbare Arbeitsgebiet beider berührten. Dagegen trugen Lie und Engel in Spezialvorlesungen und Übungen aus ihren Forschungen vor und waren hier bemüht, die neuen Ideen zu vermitteln und Schüler zu gewinnen. Daß sie bei diesen Bemühungen Erfolg hatten, läßt sich an der Zahl der von Lie betreuten Promotionen ablesen. Obwohl es seit 1890 fünf Ordinarien (Bruns, Lie, Mayer, Neumann und Scheibner) gab, promovierten im Zeitraum von 1887 bis 1898 von den insgesamt 56 Doktoranden 26 bei Lie. Bei dieser positiven Bilanz verwundert es nicht, daß Lie Engels Verdienste in der Lehre öffentlich hervorhob. Er schrieb in der Vorrede zum 3. Abschnitt der „Theorie der Transformationsgruppen" [Lie, Engel 1888–1893, Bd. 3, S. XXIV]:

> „Ich persönlich habe ihm ausserdem noch für die Unterstützung zu danken, die meiner Lehrthätigkeit an der Universität Leipzig durch seine Vorlesungen zu Theil geworden ist."

Auch kamen in zunehmendem Maße Ausländer, vor allem aus den USA und aus Frankreich, nach Leipzig, um insbesondere bei Lie zu studieren, aber auch bei Engel. Die „Theorie der Transformationsgruppen" widmete Lie der Pariser École Normale Supérieure, deren Lehrern Darboux, Picard und Tannery er es verdankte, „dass die tüchtigsten jungen Mathematiker Frankreichs wetteifernd mit einer Reihe junger *deutscher* Mathematiker meine Untersuchungen über *con-*

tinuirliche Gruppen, über *Geometrie* und über *Differentialgleichungen* studiren und mit glänzendem Erfolge verwerthen."

Die bedeutendsten Schüler LIEs waren FRIEDRICH ENGEL (1861-1941), GEORG SCHEFFERS (1866–1945), KASIMIR ŻORAWSKI (1866–1953) und GERHARD KOWALEWSKI (1876–1950). Außerdem wirkte er noch zu Lebzeiten anregend auf die Mathematiker EDUARD STUDY (1862–1930), FRIEDRICH SCHUR (1856–1932), WILHELM KILLING (1847–1923), LUDWIG MAURER (1859–1927) und ÉLIE CARTAN (1869–1951), die zusammen mit seinen direkten Schülern seine Theorien in verschiedene Richtungen weiterführten. Zu den Schülern LIEs zählte auch FELIX HAUSDORFF (1868–1942), der aber im eigenen Schaffen andere mathematische Gebiete bearbeitete.

Aus dem Angeführten geht hervor, daß die Zusammenarbeit von LIE und ENGEL sehr erfolgreich war. Dagegen trübten sich die persönlichen Beziehungen beider, wofür sowohl LIE als auch ENGEL unterschiedliche Gründe verantwortlich machten.

ENGEL hatte nach seiner Rückkehr aus Kristiania auf KLEINs Anregung hin eine wissenschaftliche Korrespondenz mit KILLING begonnen. Von diesem Briefwechsel dürfte LIE spätestens zu Beginn seines Leipziger Aufenthaltes erfahren haben. Es scheint so, daß er damals dem Gedankenaustausch zwischen ENGEL und KILLING keine größere Bedeutung beimaß. Die Situation änderte sich plötzlich, als KILLING im Herbst 1888 seine bedeutenden Arbeiten über „Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen" in den Mathematischen Annalen zu publizieren begann. Indem LIE KILLINGs eigene schöpferische Produktivität unterschätzte, mußte er in ENGEL den Schuldigen sehen, der seine, LIEs, Ideen an den unliebsamen Konkurrenten verraten hatte. Nur mit dieser eingeschränkten Sicht auf die Dinge konnte LIE 1888 an KLEIN folgendes schreiben [Rowe 1988, S. 41]:

> „Engel hat wie ich erfahre nicht allein Killing ganz ungenirt meine Ideen mitgetheilt; er hat überdies versäumt Killing zu sagen, dass die betreffenden Ideen mir und nur mir gehören. Herr Engel scheint nach Norwegen mit der Absicht gegangen zu sein, alle meine Ideen zu annectiren. Herr Killings Arbeit in den Math. Ann. ist eine grobe Beleidigung gegen mich und ich mache Engel dafür verantwortlich. Er hat ja auch die Correktur besorgt. Ich habe Engel davon ernstlich gesprochen und er gibt auch zu, dass sein Benehmen uncorrect gewesen ist. Ich lasse die Sache nicht hiermit ruhen. Ich bin im Lauf der Zeit von vielen Mathematikern schlecht behandelt worden; aber ein so merkwürdiger Misbrauch von meinem Vertrauen hatte ich mir nie als möglich gedacht."

KLEIN, der zu dieser Zeit pikanterweise federführender Redakteur der Mathematischen Annalen war, hatte ebenfalls seit Jahren mit KILLING korrespondiert und kannte dessen Untersuchungen sowie Fähigkeiten sehr gut. Er schien LIEs Sicht nicht zu teilen, so daß LIE ihm schließlich gereizt schrieb [Rowe 1988, S. 41]:

> „Wenn ich Dir lange nicht geschrieben habe, so liegt es darin, dass wir die betreffenden Sachen mit so verschiedenen Augen

> sehen, dass es mir schwierig ist weiter darauf einzugehen. Meine Leidenschaften sind hier in Bewegung wie kaum früher.
>
> Nur das will ich Dir sagen: Bei Killing ärgert mich nicht so sehr, dass er sich verschiedenes aneignet, was mir gehört; das ist mir schon so oft passirt. Das schändliche ist, dass er systematisch versucht Engel einen absolut unberechtigten Antheil an mehreren unter meinen wichtigsten Entdeckungen, die längst von mir publicirt sind, zu geben.
>
> Es ist mir wohl bekannt, dass Du oft meine Arbeiten als unleserlich bezeichnet hast. So findest Du vielleicht, dass es ganz berechtigt ist, wenn man meine Theorien erst dann anerkennt, wenn sie von einem anderen reproducirt worden sind. *Ich* bin von einer anderen Auffassung."

Vergleicht man diese Stellen im Briefwechsel mit den für die Öffentlichkeit bestimmten Äußerungen LIEs über ENGEL, dann wird die enorme Ambivalenz erkennbar, die LIE gegenüber ENGEL seit dem Herbst 1888 empfunden haben muß.

ENGEL dagegen machte LIEs Krankheit für die Entfremdung verantwortlich. LIE ist an den Folgen einer progressiven perniziösen Anämie verstorben [Engel 1899, Noether 1900, Ostwald 1927, Kowalewski 1950], einer Erkrankung, die erst zwischen dem 40. und 50. Lebensjahr manifest wird und unbehandelt meist schubweise verläuft. Ihre Ursache ist eine Vitamin-B_12-Resorptionsstörung, die erblich bedingt sein kann. Das Vitamin B_12—in diesem Zusammenhang als "extrinsic factor" bezeichnet—kann vom menschlichen Organismus nur aufgenommen werden, wenn der sogenannte "intrinsic factor" vorhanden ist, der normalerweise in der Magenschleimhaut gebildet wird. Er tritt mit dem Vitamin B_12 zu einem Komplex zusammen, der im Darm resorbiert wird. Bei Patienten mit perniziöser Anämie fehlt dieser "intrinsic factor", so daß es zu einem Vitamin-B_12-Mangel kommt. Die dadurch auftretende Störung bei der Bildung von Ribo- und Desoxyribonukleinsäure beeinflußt besonders die Blutbildung. Es kommt zu einem starken Abfall der Erythrozytenzahl als Folge der Reifungsstörung der roten Blutkörperchen. Aber auch der Nukleotidstoffwechsel des Rückenmarks ist beeinträchtigt, so daß eine Schädigung des Proteinumsatzes in den Nervenzellen mit entsprechenden funktionellen Ausfällen resultiert. Man spricht von einer funikulären Myelose. Diese somatischen Prozesse verursachen bei bis zu 50% der Patienten somatopsychische Veränderungen, die zu depressiven, reizbaren, oft mit Schlaflosigkeit verbundenen Verstimmungen und der Ausbildung paranoider Charakterzüge führen. Die Psychiater sprechen in diesem Zusammenhang sogar von einer Form der symptomatischen Psychose—der Perniziosapsychose oder der Vitamin-B_12-Mangel-Psychose. Ferner kommt es bei der progressiven perniziösen Anämie und der mit ihr auftretenden funikulären Myelose häufig zu pathologischen Veränderungen der Netzhäute und des Sehnerven. Als subjektive Symptome treten ein Flimmern vor den Augen und eine mehr oder weniger ausgeprägte Empfindlichkeit gegenüber hohen Lichtintensitäten oder Verdunkelungen bis hin zu Erblindungen auf.

Das bereits erwähnte ärztliche Gutachten vom 16. November 1889, worin bewußt eine Diagnose vermieden wurde, die Zeit des Erkrankungsbeginns, die Symptome Schlaflosigkeit und Lichtempfindlichkeit sowie die Beobachtungen, die

ENGEL u.a. machen mußten, sprechen dafür, daß LIE seit 1889 an einer durch die perniziöse Anämie bedingten Persönlichkeitsveränderung litt [Fritzsche 1991]. ENGEL berichtete in seinem Nachruf auf LIE über dessen Zustand nach 1888 folgendes [Engel 1899, S. LVI–LVII]:

> „Er fing an, empfindlich und misstrauisch zu werden, was sonst gar nicht seine Art war. Er fühlte das auch selbst, denn er äusserte einmal mir gegenüber, wohl im Sommer 1889: 'Warten Sie nur, wenn erst das Werk über Transformationsgruppen fertig ist, dann werde ich ein ganz andrer Mensch'. Leider ging diese Hoffnung nicht in Erfüllung. Im Anfang des Wintersemesters 1889–90 brach er vollständig zusammen. Sein Nervensystem war erschöpft, er fand keinen Schlaf mehr und machte sich die trübsten Gedanken, als ob er sich nie wieder würde erholen können. Er musste Urlaub nehmen und wurde in eine Nervenheilanstalt gebracht.
>
> Dort, es war die Anstalt Ilten, unweit Hannover, besserte sich sein Zustand allmählig. Er fing daher an, Muth zu fassen, und im Frühjahr 1890 konnte er sich schon wieder wissenschaftlich beschäftigen, indem er allerhand Untersuchungen, die er schon längst im Principe durchgeführt hatte, nun im Einzelnen ausarbeitete und zu Papier brachte. Es waren das seine Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie und die allgemeine Theorie der unendlichen kontinuirlichen Transformationsgruppen. Anfang Juli kehrte er nach Leipzig zurück, lebte aber noch längere Zeit ganz zurückgezogen und nur seiner Gesundheit, bis er im Winterhalbjahr 1890–91 seine Vorlesungen wieder aufnahm.
>
> Nach und nach gewann er die frühere geistige Spannkraft wieder und wurde wenigstens als Mathematiker ganz der alte. Nicht aber als Mensch. Sein Misstrauen und seine Empfindlichkeit verschwanden nicht, steigerten sich sogar mit den Jahren immer mehr, so dass er sich und seinen besten Freunden das Leben schwer machte. Das Peinlichste war, dass er jeder offnen Aussprache über die Ursachen seiner Verstimmung auswich. Auch die äusseren Ehren, die ihm jetzt von allen Seiten zuströmten, vermochten nicht seine Gemüthsstimmung zu verbessern. Dass alle bedeutenden Akademien ihn nach und nach zum Mitgliede wählten—eine Ausnahme machte bezeichnender Weise nur die Berliner Akademie—dass 1897 bei der ersten Verleihung des Lobatschefskijpreises der Preis ihm zuerkannt wurde, Alles das nahm er als einen schuldigen Tribut hin, ohne dass dadurch sein pessimistisches Urteil über die Menschen im Allgemeinen und über die Mathematiker im Besonderen gemildert worden wäre."

Auch der Physikochemiker WILHELM OSTWALD (1853–1932), der LIE eine Zeit lang sehr nahe stand, beschrieb die gleichen Persönlichkeitsveränderungen wie ENGEL [vgl. Ostwald 1927, S. 101–102]; ebenso ELLING HOLST, ein norwegischer

Freund LIEs [Klein-Nachlaß, XXII G, Bl 50–51]. Und LIE selbst äußerte im Entwurf eines Briefes [Lie, Sophus til Picard, E., Ms.fol. 3839 LXVII: 15], der vermutlich aus dem Jahre 1892 stammt:

> „Hochgeehrter Herr Picard !
>
> Ich muß Ihnen doch einmal meinen herzlichsten Dank aussprechen für alles, was Sie für die Theorie der Transformationsgruppen getan haben. Vielleicht ist es Ihnen bekannt, daß ich seit anderthalb Jahren krank bin; ich leide an fast absoluter Schlaflosigkeit. Diese Leiden sowie die gegen dasselbe angewandten Hilfsmittel haben micht derart gebrochen, daß meine wissenschaftliche Tätigkeit wohl abgeschlossen ist, wenn es auch wahrscheinlich erscheint, daß mein starker Körper noch lange leben will.
>
> Unter diesen unbegreiflich traurigen Umständen ist es mir eine große Freude gewesen, daß Sie für die Gruppentheorie so sehr eintraten. In meinem Leben ist die Wissenschaft meine größte Freude gewesen. Daß es mir vergönnt war, zu der Entwicklung der Wissenschaft beizutragen, ist mein Glück gewesen... “

Weihnachten 1898 wurde die perniziöse Anämie bei LIE diagnostiziert [Klein-Nachlaß, XXII G, Bl. 50-51]. Selbst wenn es früher gewesen wäre, hätten ihm die Ärzte (sein Leipziger Arzt war der Neurologe und Psychiater PAUL FLECHSIG) nicht helfen können, weil damals noch keine kausale Therapie existierte. Erst 1926 entwickelten die Nordamerikaner MINOT und MURPHY eine erfolgreiche Behandlung dieser Erkrankung, die in der Darreichung von Leber oder von Leberextrakten bestand—also von Substraten, die besonders Vitamin-B_12-haltig sind. In den fünfziger Jahren wurde die Leberkur durch eine direkte Therapie mit Vitamin-B_12 ersetzt, das man den Patienten durch intramuskuläre Injektionen verabreicht.

Durch den Einblick in die Krankengeschichte wird nun LIEs Bruch mit ENGEL, der irgendwann nach dem September 1893 erfolgte, nachvollziehbar. Es scheint, daß LIE krankheitsbedingt die enorme, in ihm selbst aufgebaute Ambivalenz, die er gegenüber seinem bewährten Mitstreiter seit dem Herbst 1888 empfand, nicht mehr aushielt und deshalb die Beziehung beendete.

Auch die Freundschaft mit KLEIN zerbrach. Folgende Passage aus der Vorrede zum 3. Abschnitt der „Theorie der Transformationsgruppen“ dokumentiert den von LIE vollzogenen Bruch [Lie, Engel 1888–1893, Bd. 3, S. XVI–XVII]:

> „F. Klein, dem ich im Laufe dieser Jahre alle diese meine Ideen mittheilte, wurde dadurch veranlasst, ähnliche Gesichtspunkte für die discontinuirlichen Gruppen zu entwickeln. In seinem Erlanger Programm, wo er über seine und über meine Ideen berichtet, spricht er überdies noch von Gruppen, die nach meiner Terminologie weder continuirlich noch discontinuirlich sind, zum Beispiel spricht er von der Gruppe aller Cremonaschen Transformationen und von der Gruppe der Verzerrungen. Dass ein Wesensunterschied zwischen diesen Arten von Gruppen und den von mir sogenannten continuirlichen Gruppen besteht, dass sich nämlich meine continuirlichen Gruppen durch Differentialglei-

> chungen definiren lassen, während das bei jenen Gruppen nicht der Fall ist, das war ihm offenbar vollständig entgangen. Auch von dem so wichtigen Begriffe der Differentialinvariante findet sich in dem Kleinschen Programme fast keine Spur. Klein hat an diesem Begriffe, auf den sich erst eine allgemeine Invariantentheorie begründen lässt, keinen Antheil, und er hat erst von mir gelernt, dass jede durch Differentialgleichungen definirte Gruppe Differentialinvarianten bestimmt, die durch Integration von vollständigen Systemen gefunden werden können.
>
> Ich sehe mich hier zu diesen Auseinandersetzungen veranlasst, weil Kleins Schüler und Freunde wiederholt das gegenseitige Verhältniss zwischen Kleins und meinen Arbeiten falsch dargestellt haben und weil andrerseits einige Bemerkungen, mit denen Klein die Neudrucke seines interessanten Programms in bis jetzt vier verschiedenen Zeitschriften begleitet hat, unrichtig aufgefasst werden könnten. Ich bin kein Schüler von Klein, das Umgekehrte ist auch nicht der Fall, wenn es auch vielleicht der Wahrheit näher käme.
>
> Indem ich alles das hier zur Sprache bringe, denke ich selbstverständlich nicht daran, an Kleins originaler Production innerhalb der Theorie der algebraischen Gleichungen und der Functionentheorie Kritik zu üben. Ich schätze Kleins Talente hoch, und werde nie die Theilnahme vergessen, mit der er von jeher meine wissenschaftlichen Bestrebungen begleitet hat, aber ich glaube, dass er z.B. nicht genug zwischen Induction und Beweis, zwischen der Einführung eines Begriffs und seiner Verwerthung unterscheidet."

Nach dieser polemischen Darstellung endete auch der rege Briefwechsel zwischen LIE und KLEIN. Nur noch einige Male sollten sich die entzweiten Freunde schreiben. Als LIE im Jahre 1897 der erste LOBATSCHEWSKI-Preis für seine Beiträge zum RIEMANN-HELMHOLTZschen Raumproblem zuerkannt wurde, dankte er 1898 KLEIN für das überaus positive Gutachten, das dieser für die Kasaner Akademie abgefaßt hatte. Im gleichen Brief bat er LIE, der die Rückkehr nach Norwegen vorbereitete, KLEIN um eine Darlegung seiner Ansichten hinsichtlich der Berufung eines geeigneten Nachfolgers. KLEIN antwortete LIE am 12. Mai 1898 ausführlich.

Durch den Bruch zwischen LIE und ENGEL blieb das in der Vorrede zum 3. Abschnitt der „Theorie der Transformationsgruppen" erwähnte geplante Buch über Differentialinvarianten und unendliche kontinuierliche Gruppen, das auch die Anwendung der Gruppentheorie auf die Integration der Differentialgleichungen enthalten sollte, ungeschrieben. Auch ein von LIE ins Auge gefaßtes Werk über seine Theorie der partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung kam nicht zustande, da FELIX HAUSDORFF, der es bearbeiten sollte, sich—uneinfühlsam behandelt—einer anderen mathematischen Richtung zuwandte [vgl. Lie, Sophus fra Hausdorff, F., Brevs.nr. 289]. Nur die Zusammenarbeit mit GEORG SCHEFFERS trug noch Früchte. SCHEFFERS hatte bereits zwei gediegene, mehr pädagogische und damit auf extreme mathematische Strenge verzichtende Darstellungen der Grundgedanken der LIEschen Theorie gegeben. Es waren dies die Werke „Vorlesungen über Differentialgleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen" und „Vorlesungen über continuierliche Gruppen mit geometrischen und anderen Anwendungen", die 1891 bzw. 1893 bei B. G. Teubner in Leipzig erschienen. 1896 folgte beim gleichen Verlag der 1. Band der „Geometrie der Berührungstransformationen". Der geplante 2. Band kam durch LIEs Krankheit und seinen frühen Tod sowie den Weggang von SCHEFFERS nach Darmstadt über ein Anfangsstadium nicht hinaus.

Seit dem Bekanntwerden seiner Erkrankung bemühten sich intellektuelle Kreise in Norwegen, insbesondere der Mathematiker ELLING und ab 1896 der Dichter BJÖRNSTJERNE BJÖRNSON, ernstlich um eine Rückkehr LIEs nach Kristiania. Das norwegische Parlament schuf 1894 für ihn an der Landesuniversität eine hochdotierte persönliche Professur für die Theorie der Transformationsgruppen. Doch LIE schwankte noch. Erst am 22. Mai 1898 beantragte er für das Ende des Sommersemesters die Entlassung. Am gleichen Tag begründete LIE seinen Entschluß in einem persönlich gehaltenen Brief an den sächsischen Kultusminister PAUL VON SEYDEWITZ. Er schrieb [Zentrales Staatsarchiv Dresden, Min. f. Volksbildung, Nr. 10 281/212, Bl. 62]:

> „Ew. Excellenz!
>
> In einem Schreiben an das Königliche Ministerium des Cultus und öffentlichen Unterrichts habe ich eben um meine Entlassung als Professor der Geometrie an der Universität Leipzig gebeten.Es fällt mir schwer, das gestehe ich offen, meine Lehrerwirksamkeit an dieser glänzenden Universität aufzugeben und gleichzeitig das ausgezeichnete mathematische Institut zu verlassen.
>
> Wenn ich nichtsdestoweniger Leipzig verlassen will, so liegt das in erster Linie darin, dass die hiesigen climatischen und physischen Verhältnisse nicht für mich günstig sind. Ich brauche noch viele Jahre um meine litteräre Pläne zu realisiren und ich halte es für ausserordentlich wahrscheinlich, dass Christiania für meine Gesundheit und für meine Arbeitskraft günstiger als Leipzig sein wird.
>
> Die Güte, die Ew. Excellenz mir neuerdings gezeigt haben, hat mich tief gerührt. Das Wohlwollen[3], dass Ew. Excellenz mir bei vielen Gelegenheiten gezeigt haben, werde ich immer in dankbarer Erinnerung bewahren.
>
> In grösster Ehrerbietung
> und in aufrichtiger Dankbarkeit
> zeichnet
> Professor Sophus Lie"

Durch den bevorstehenden Weggang LIEs wurde die philosophische Fakultät der Leipziger Universität veranlaßt, dem sächsischen Kultusministerium Vorschläge über einen geeigneten Nachfolger zu unterbreiten. Eine Majorität befürwortete

[3] LIE war z.B. am 12. April 1894 mit dem Ritterkreuz 1. Klasse des Verdienstordens—einer der höchsten sächsischen Ehrungen—ausgezeichnet worden, B. F.

die Berufung von HEINRICH WEBER aus Straßburg bzw. von DAVID HILBERT aus Göttingen, die beide schon bei der 1897 erfolgten Beurlaubung SCHEIBNERs in Augenschein genommen worden waren. Wenn sowohl WEBER als auch HILBERT den Ruf nach Leipzig ablehnen sollten, dann hatte sich die Mehrheit auf OTTO HÖLDER aus Königsberg als Nachfolger von LIE geeinigt. In einem von WILHELM SCHEIBNER entworfenen Separatvotum vom Juni 1898, dem sich kein Geringerer als CARL NEUMANN vorbehaltlos anschloß, wurden dagegen FRIEDRICH ENGEL bzw. der am Polytechnikum in Dresden wirkende Funktionentheoretiker MARTIN KRAUSE favorisiert. NEUMANN, mit dem LIE ein schon lange gespanntes Verhältnis hatte, brachte es auf die Kurzformel [UAL, PA Nr. 693]:

> „Will man die Lie'sche Richtung auf unserer Universität festhalten, so würde für die Wiederbesetzung der Lie'schen Professur wohl nur allein *Prof. Engel* in Betracht kommen können.
>
> Will man hingegen die Lie'sche Richtung fallen lassen, so würde nach meiner Ansicht in erster Linie an *Prof. Krause* zu denken sein."

Daraufhin nahm LIE in einem persönlichen Gutachten zu dem Separatvotum Stellung, in dem er sich gegen ENGEL und KRAUSE aussprach [vgl. Purkert 1984]. So wurde, nachdem WEBER und HILBERT abgelehnt hatten, OTTO HÖLDER als LIEs Nachfolger an die Alma mater Lipsiensis berufen.

LIE kehrte im September 1898 als Todkranker nach Kristiania zurück. Einige Zeit konnte er noch Schüler, die ihm aus Leipzig gefolgt waren, in seiner Wohnung unterrichten. Dann mußte der immer mehr gesundheitlich verfallende LIE auch diese letzte Lehrtätigkeit aufgeben. Am 18. Februar 1899 verstarb er an den Folgen seiner progressiven perniziösen Anämie.

Die Beisetzung fand auf dem Friedhof „Vår Frelsers Gravlund" statt. Am 24. Februar 1899 hielt LUDVIG SYLOW vor der Kristianiaer Gesellschaft der Wissenschaften die Gedächtnisrede auf seinen ehemaligen Schüler SOPHUS LIE.

Die Königlich-Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig gedachte in einer Gesamtsitzung am 14. November 1899, dem Todestag von LEIBNIZ, ihres großen Mitgliedes. FRIEDRICH ENGEL hielt den überaus gründlichen und menschlich-warmen Nachruf. Er begann mit den Worten [Engel 1899, S. XI–XII]:

> „Wenn die Erfinderkraft der wahre Maassstab für die Grösse eines Mathematikers ist, so muss Sophus Lie unter die ersten Mathematiker aller Zeiten gerechnet werden. Nur äusserst wenige haben der mathematischen Forschung so ausgedehnte neue Gebiete erschlossen und Methoden von solcher Fruchtbarkeit und Tragweite geschaffen wie er. Die Probleme, zu deren Lösung er den Weg gebahnt hat, bieten noch für Generationen von Mathematikern reichlichen Arbeitsstoff. Es wird geraume Zeit dauern, bis alles das verarbeitet ist, was er schon wusste und beherrschte, aber nur in ganz knappen Andeutungen bekannt gemacht hat, da er zu einer ausführlichen Darstellung nicht mehr gekommen ist. Die Anregungen aber, die er in verschwenderischer Fülle ausgestreut hat, werden auf noch viel länger hinaus wirken, und niemand vermag abzusehen, wann einmal ihre

> Fruchtbarkeit erschöpft sein wird, wenn das überhaupt möglich ist.
>
> Neben der Erfinderkraft verlangt man vom Mathematiker besonders noch Scharfsinn, und in der That, Lie war auch ein äusserst scharfsinniger Mathematiker. Aber er verschwendete seinen Scharfsinn nicht auf Probleme blos deshalb, weil sie schwierig waren oder weil schon viele Mathematiker vergeblich ihre Kräfte daran versucht hatten. Ebensowenig befasste er sich damit, den Schwierigkeiten nachzuspüren, die in manchen scheinbar abgeschlossenen Theorien noch verborgen liegen. Sein Bestreben ging dahin, Probleme zu finden, die interessant und doch lösbar sind, und dabei geschah es häufig, dass er auf seinem Wege zur Lösung von Aufgaben gelangte, die dem Scharfsinne hervorragender Mathematiker getrotzt hatten. Auf derartige Erfolge konnte er wohl stolz sein, aber er war es nur deshalb, weil sie für jedermann den handgreiflichen Beweis erbrachten, dass seine Art der Fragestellung, dass die Probleme, die er behandelte, wichtig und fruchtbar waren. Für ihn selbst bedurfte es eines solchen Beweises nicht, er fühlte sich dessen ganz sicher, und die siegesgewisse Ueberzeugung, dass seine Methoden und Theorien einmal, wenn auch erst in der Zukunft durchdringen würden, hat ihn niemals verlassen, auch nicht in den trübsten Zeiten mangelnder Theilnahme und Anerkennung von aussen her.
>
> Das Charakteristischste für Lie ist aber und bleibt seine Erfinderkraft, die Originalität seines mathematischen Denkens. Er verschmähte es, sich der allgemeinen Heerstrasse zu bedienen, sondern ging seine eignen Wege. Ich möchte ihn einem Pfadfinder im Urwalde vergleichen, der auch da, wo andre daran verzweifeln, durch das Gestrüpp zu dringen, immer noch einen Ausweg zu finden weiss und zwar immer den, der die lohnendsten Blicke auf bisher ungeahnte romantische Gebirge und Thäler eröffnet."

Und ein Vierteljahrhundert später fällte der alte STUDY, ein kongenialer Mitstreiter, sein abschließendes Urteil über LIE und dessen Werk [Study 1924, S. 99]:

> „Sophus Lie war mit den Fehlern des Autodidakten behaftet, aber er war auch einer der genialsten Mathematiker, die je gelebt haben. Er besaß etwas, und zwar in größtem Maße, was nie häufig war und jetzt noch seltener geworden ist, eine schöpferische Phantasie. Spätere Generationen werden diesen weitblickenden Geist besser zu würdigen wissen als die gegenwärtige, die am Mathematiker lediglich den Scharfsinn zu schätzen weiß, während der doch überall bemerkbare Zusammenhang von allem mit allem nahezu ganz aus dem Gesichtsfeld entschwunden ist. Und jene Kommenden... werden der Theorie der Transformationsgruppen in der Wissenschaft den Platz zu sichern wissen, den die Großartigkeit der Anlage verdient."

Zum Abschluß dieser Darlegungen sei mir eine persönliche Anmerkung gestattet:

Der norwegischen Historikerin ELIN STRØM gebührt das Verdienst, darauf aufmerksam gemacht zu haben, daß SOPHUS LIE, aus einem vorwiegend ländlich geprägten Milieu stammend, mit seinen Wertvorstellungen und seiner Weltsicht den (groß)städtischen Verhältnissen im allgemeinen und dem deutschen Bildungsbürgertum im besonderen fremd gegenüber stand. Sie versucht, mit diesem zweifellos richtigen und wichtigen Faktum viele der befremdlichen Züge LIEs zu erklären, die von mir auf Grund der Quellenlage angesprochen werden mußten [vgl. Strøm 1992]. Ich glaube, die Biographie ANTON BRUCKNERs und deren auffällige „innere" Ähnlichkeit zur LIEschen vor Augen habend, daß ein solcher Erklärungsversuch nicht hinreichend ist. Auch der genial-monomanische Einzelgänger aus Oberösterreich entstammte einer dörflichen Umwelt und hatte deshalb zeitlebens Schwierigkeiten im Umgang mit dem städtischen Bildungsbürgertum. Das bedeutende kompositorische Werk stieß, obwohl es gedruckt vorlag, und obwohl einige Freunde und wenige Verehrer immer wieder Fassungen anregten oder erstellten, die endlich die Gunst des Publikums erringen sollten, erst wenige Jahre vor BRUCKNERs Tod auf Anerkennung. Trotz alledem berichten die zeitgenössischen Quellen ausnahmslos von einem zwar oft eigenartig erscheinenden, aber gütigen Menschen.

Literatur und Archivalien

Zitierte Literatur und zitierte Archivalien

[1] Biermann, K.-R., „Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810–1933. Stationen auf dem Wege eines mathematischen Zentrums von Weltgeltung“, Akademie-Verlag Berlin, 1988.

[2] Engel, F., *Sophus Lie*, Berichte über die Verhandlungen der Königlich-Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-physische Klasse **51** (1899), XI–LXI.

[3] Fritzsche, B., *Einige Anmerkungen zu Sophus Lies Krankheit*, Historia Mathematica **18** (1991), 247–252.

[4] Kaufmann, E., *Leipzig (Stadt)*, In: Ersch, J. S., Gruber, J. G., Eds., Allgemeine Encyklopädie der Wissenschaften und Künste, 2. Section, 43. Theil., F. A. Brockhaus, Leipzig, 1889, 28–39.

[5] Kowalewski, G., *Friedrich Engel zum 70. Geburtstage*, Forschungen und Fortschritte **7** (1931), 466–467.

[6] —, „Bestand und Wandel“, R. Oldenbourg, München, 1950.

[7] „Leipziger Adreß-Buch für 1887–1898“. Alexander Edelmann, Leipzig, 1887–1898.

[8] Lie, S., „Gesammelte Abhandlungen“, Bd. 6.1., Teubner-Verlag und H. Aschehoug & Co., Leipzig und Oslo, 1927.

[9] Lie, S., und F. Engel, „Theorie der Transformationsgruppen“, 3. Abschnitt, Teubner-Verlag, Leipzig, 1893.

[10] Neumann, C., F. Klein, S. Lie, F. Engel, F. Hausdorff, H. Liebmann, W. Blaschke und L. Lichtenstein, „Leipziger mathematische Antrittsvorlesungen, Auswahl aus den Jahren 1869–1922“, H. Beckert und W. Purkert (Eds.), Teubner-Archiv zur Mathematik, Bd. **8**, Teubner-Verlag, Leipzig, 1987.

[11] Noether, M., *Sophus Lie*, Math. Annalen **53** (1900), 1–41.

[12] Ostwald, W., „Lebenslinien“ 2. Teil, Klasing & Co.,Berlin, 1927.

[13] Purkert, W., *Zum Verhältnis von Sophus Lie und Friedrich Engel*, Wissenschaftliche Zeitschrift der Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Mathematisch-naturwissenschaftliche Reihe **33** (1984), 29–34.

[14] Rowe, D. E., *Der Briefwechsel Sophus Lie—Felix Klein, eine Einsicht in ihre persönlichen und wissenschaftlichen Beziehungen*, NTM–Schriftreihe für Geschichte der Naturwissenschaften, Technik und Medizin **25** (1988), 37–47.

[15] Strøm, E., „Sophus Lie 1842–1899“, Universitetet i Oslo 1992.

[16] Study, E., *Theorie der Transformationsgruppen. I.* (Rezension), Zeitschrift für Mathematik und Physik **34** (1889), 171–191.

[17] —, *Über S. Lies Geometrie der Kreise und Kugeln*, 4. Fortsetzung, Math. Annalen **91** (1924), 82–118.

[18] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen, Klein-Nachlaß, XXII G. Bl. 50-51, Brief Elling Holsts an Felix Klein vom 12. Mai 1899.

[19] Universitätsarchiv Leipzig, Personalakte Nr. 693—Sophus Lie.

[20] Universitetsbiblioteket i Oslo, Håndskriftsamlingen, Lie, Sophus fra Hausdorff, F., Brevs. nr. 289.

[21] Universitetsbiblioteket i Oslo, Håndskriftsamlingen, Lie, Sophus til Picard, E., Ms. fol. 3839 LXVII: 15.

[22] Universitetsbiblioteket i Oslo, Håndskriftsamlingen, Lie, Sophus fra Study, E., Brevs. nr. 289.

[23] Zentrales Staatsarchiv Dresden, Ministerium für Volksbildung, Nr. 10 281/212.

Weitere verwendete Literatur zu Sophus Lies Leben und Werk

[1] Lie, S., „Gesammelte Abhandlungen“, Teubner-Verlag und H. Aschehoug & Co., Leipzig und Oslo, 1922–1960.

[2] Lie, S. und F. Engel, „Theorie der Transformationsgruppen“, Teubner-Verlag, Leipzig, 1888–1893.

[3] Lie, S. und G. Scheffers, „Vorlesungen über Differentialgleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen“, Teubner-Verlag, Leipzig, 1891.

[4] —, „Vorlesungen über continuierliche Gruppen mit geometrischen und anderen Anwendungen“, Teubner-Verlag, Leipzig, 1893.

[5] —, „Geometrie der Berührungstransformationen“, Bd. **1**, Teubner-Verlag, Leipzig, 1896.

[6] Cantor, M., *Marius Sophus Lie*, In: Allgemeine Deutsche Biographie, Bd. **51**, Duncker & Humblot, Leipzig, 1906, 695–698.

[7] Freudenthal, H., *Marius Sophus Lie*, In: Dictionary of Scientific Biography, Vol. **8**, Charles Scribner's Sons, New York, 1973, 323–327.

[8] Jaglom, I. M., „Felix Klein und Sophus Lie“ (russ.), Snanie, Moskau, 1977.

[9] Günther, P., *Sophus Lie*, In: H. Beckert und H. Schumann, (Eds.), 100 Jahre Mathematisches Seminar der Karl-Marx-Universität Leipzig, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1981, 111–133.

[10] Poliščuk, E. M., „Sophus Lie, 1842–1899“ (russ.), Nauka, Leningrad, 1983.

[11] Strubecker, K., *Sophus Lie*, In: Neue Deutsche Biographie, Bd. **14**, Duncker & Humblot, Berlin, 1985, 470–472.

[12] Universitätsarchiv Leipzig, Personalakte Nr. 436 – Friedrich Engel.

[13] Engel, F., *Das Schrifttum der lebenden deutschen Mathematiker. Friedrich Engel*, Deutsche Mathematik **3** (1938), 701–719.

[14] Ullrich, E., *Friedrich Engel. Ein Nachruf*, Nachrichten der Gießener Hochschulgesellschaft 1951, 139–154.

[15] Boerner, H., *Friedrich Engel*, In: Neue Deutsche Biographie, Bd. **4**, Dunkker & Humblot, Berlin, 1959, 501–502.

[16] Scriba, C. J., *Friedrich Engel (1861–1941) / Mathematiker*, In: H. G. Gundel, P. Moraw und V. Press (Eds.), Gießener Gelehrte in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts, Elwert, Marburg, 1982, 212–223.

[17] Klein, F., und A. Mayer, „Korrespondenz Felix Klein—Adolph Mayer. Auswahl aus den Jahren 1871–1907“, R. Tobies und D. E. Rowe (Eds.), Teubner-Archiv zur Mathematik, Bd. **14**, Teubner-Verlag, Leipzig, 1990.

Regional- und wissenschaftsgeschichtliche Literatur

[1] Kiefl, F.X., „Leibniz“, Verlag von Kirchheim & Co., Mainz, 1913.

[2] Fleckenstein, J. O., „Gottfried Wilhelm Leibniz. Barock und Universalismus“, Ott Verlag, Thun, München, 1958.

[3] v. Falkenstein, J. P., „Zur Charakteristik König Johann's von Sachsen in seinem Verhältnis zu Wissenschaft und Kunst“, v. Zahn, Dresden, 1874.

[4] —, „Johann, König von Sachsen. Ein Charakterbild“, Baensch, Dresden, 1879.

[5] Friedberg, E., „Die Universität Leipzig in Vergangenheit und Gegenwart“, Veit & Co., Leipzig, 1898.

[6] „Verzeichnis der auf der Universität Leipzig zu haltenden Vorlesungen, 1885–1904“, Alexander Edelmann, Leipzig, 1885–1904.

[7] „Personal-Verzeichnis der Universität Leipzig, 1885–1904“, Alexander Edelmann, Leipzig, 1885–1904.

[8] Beckert, H., und H. Schumann (Eds.), „100 Jahre Mathematisches Seminar der Karl-Marx-Universität Leipzig“, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1981.

[9] Schwabe, K. (Ed.),„Festschrift zur Feier des einhundertfünfundzwanzigjährigen Bestehens der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig“, Akademie-Verlag, Berlin, 1974.

Für Hinweise und Unterstützung bei der Abfassung dieses mathematikhistorischen Beitrags danke ich Frau Regina Saar, Leipzig, Frau Dr. Elin Strøm, Oslo, Herrn Prof. Dr. Karl H. Hofmann, Darmstadt, Herrn Dr. Hans Körner, München, Herrn Prof. Dr. Walter Purkert, Leipzig, und Herrn Prof. Dr. David E. Rowe, Mainz, herzlich.

Bernd Fritzsche
Carl-Ludwig-Institut für Physiologie
Abteilung Biokybernetik
Liebigstr. 27
O-7010 Leipzig, Deutschland

Received 10. Oktober 1992
and in final form 15. Dezember 1992